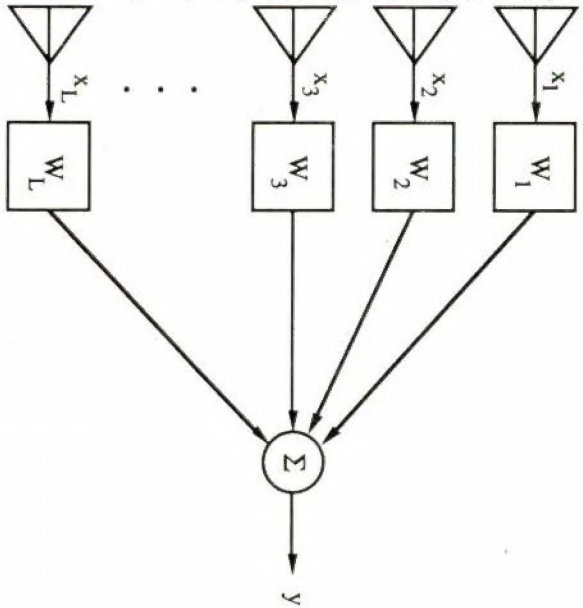
técnica

Revista de Engenharia ■ Publicação da Associação dos Estudantes do Instituto Superior Técnico



Terceiro Número de 1991
DEZEMBRO esc. 350$00

ISSN 0040-1714

INSTITUTO TECNOLÓGICO
PARA A EUROPA COMUNITÁRIA

APOIAMOS A INOVAÇÃO TECNOLÓGICA

CRIAMOS "DESENVOLVIMENTO"

- FORMAÇÃO AVANÇADA EM ÁREAS ESTRATÉGICAS
- INVESTIGAÇÃO & DESENVOLVIMENTO
- ORGANIZAÇÃO E PLANEAMENTO DE PROJECTOS COMUNITÁRIOS
- PRESTAÇÃO DE SERVIÇOS PARA A INDUSTRIA
- ESTÁGIOS INTERNACIONAIS PARA RECÉM-LICENCIADOS
- INCUBAÇÃO DE EMPRESAS

Av. Rovisco Pais • 1096 LISBOA CODEX • Telef. 803660 - ext. 1538/1657 • Fax 899242

Técnica, revista de Engenharia

Propriedade
Associação dos Estudantes
do
Instituto Superior Técnico

Director Científico:
Manuel de Abreu Faro
Director Executivo:
Paulo David Simões
Coord. Administrativo:
Gerardo Vieira Lisboa

Direcção, Administração e Publicidade:
AEIST
Av. Rovisco Pais
1000 Lisboa
Portugal

Telefones directos:
8481018 - 8489323
Extensão IST:
1248
Fax:
899242 (a/c AEIST)
E-Mail (bitnet, EARN):
aeistdoc@eta.ist.rccn.pt

Composição e impressão:
Editorial Império, Lda.
R. Salitre, 155 - 2º
1296 Lisboa Codex

Registo DGCS 101407
Depósito Legal 41683
ISSN 0040-1714
Tiragem: 5000 exemplares
Preço de capa: 350$00
Assinatura anual
(4 números):
Portugal 1250$00
Estrangeiro USD$12

Terceiro número de 1991 **Dezembro 1991**

Editorial 2

Artigo Convidado

Entender o Presente para Ganhar o Futuro
Luís Tadeu de Almeida 5

Notas Técnico-Científicas

Ionic Properties and Electronegativity Considerations in some Electrolyte Diatomic Molecules
J. M. B. Fernandes Diniz and C. A. C. Sequeira 9

Linguistic Controllers: an Introductory Guide to Theory, Practice and Research
P. R. Medina Martins and João M. da Costa Sousa 11

Aplicação de um Modelo Markoviano ao Estudo de Processos Digitais Cicloestacionários
A. Gusmão 23

Aplicações da Bomba de Calor aos Edifícios
Ana Maria Silva 29

Mechanics and Thermodynamics: a Semantic Problem of Classification
Rodrigo de Abreu 39

Métodos de Determinação de Direcções de Chegada Usando Agregados Adaptativos
M. D. Ortigueira 45

Os artigos publicados são da exclusiva responsabilidade dos respectivos autores.

Contribuiram para este número:
Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica
Conselho Directivo do Intituto Superior Técnico

EDITORIAL

A Técnica conseguiu finalmente recobrar tempo perdido.

Este terceiro número, ainda que ligeiramente atrasado, ainda vai a tempo.

Tece-se o quarto número da Técnica pela singularidade de ser um número especial, apontando o futuro. Isso tem-nos obrigado a esforços grandes mas, esperamos, os quatro números de 1991 sairão em 1991.

Problemas materiais alguns.

As melhores relações com o Conselho Directivo do Instituto Superior Técnico, é grato dizê-lo.

E como mais de uma vez o temos feito, um convite à generalizada comparticipação de todos os docentes do IST.

Normas de Admissão de Trabalhos e Instruções para osAutores

1 A revista TÉCNICA, em princípio, publicará anualmente quatro números de natureza técnico-científica.

2 Atendendo ao contexto onde se insere e público a que, em conformidade e de modo principal, se destina, a revista integra-se a partir das três seguintes formas de publicação:

ARTIGOS POR CONVITE

São da iniciativa da Direcção da Técnica e destinam-se, em princípio, a trabalhos de síntese no domínio das ciências básicas ou ciências da engenharia. Além do mais, procura-se que estes artigos se constituam fontes recomendadas de estudo aos alunos e de consulta para investigadores e docentes.

ARTIGOS TÉCNICO-CIENTÍFICOS

São artigos submetidos a publicação. Destinam-se essencialmente a dar noticia sobre aquisições actuais da ciência e da técnica mas em termos que se vá além da simples divulgação, sendo desejável que nesses trabalhos figurem parâmetros e referências que permitam elaborar juízos críticos e comparativos. Fundamentalmente, uma notícia sucinta, com carácter crítico, dando conta de uma aquisição recente e importante para a técnica é a marca fundamental destes artigos que vão traduzir, em princípio, investigação científica realizada pelo autor.

NOTAS CIENTIFICAS

Destinam-se essencialmente à apresentação de novos resultados no domínio da investigação científica ou do desenvolvimento tecnológico. Pretende-se uma nota curta, realçando os resultados alcançados e referenciando convenientemente trabalhos afins, evitando a exposição longa de antecedentes, que deverá ser remetida para referências. Deste modo, a originalidade que se pretende e se traduzirá pelos resultados novos que o autor apresenta é a marca fundamental de uma nota científica.

3 Sempre que tal se ofereça conveniente, a TÉCNICA ouvirá especialistas sobre a essência e estrutura dos trabalhos submetidos a publicação, com natural excepção dos *Artigos por Convite*. Quando o autor ou autores forem alunos é necessário que do trabalho conste a indicação de um supervisor de reconhecida idoneidade cientifica e técnica que tenha comparticipado na análise crítica e prévia discussão do trabalho em causa

4 Os *Artigos por Convite* e os *Artigos Técnico-Científicos*, deverão ser escritos em língua portuguesa. As *Notas Cientificas* poderão ser escritas em inglês ou francês.

5 Os autores deverão atender na elaboração dos artigos às seguintes condições:

- os *Artigos por Convite* não poderão exceder 30 páginas dactilografadas, incluindo o espaço reservado a ilustrações;
- os *Artigos Técnico-Cientificos* não poderão exceder 15 páginas dactilografadas, incluindo o espaço reservado a ilustrações;
- as *Notas Cientificas* não poderão exceder 8 páginas dactilografadas, incluindo o espaço reservado a ilustrações;
- nome exacto com que desejam figurar;
- ordem de entrada dos autores, havendo mais do que um;
- instituição(ões) a que pertençam e que desejem referir, indicando claramente o nome dessa instituição, morada e sigla.

6 Os trabalhos devem ser dactilografados a dois espaços, em folhas modelo A4, devidamente numeradas.

7 Os trabalhos devem ser enviados em triplicado, recomendando-se aos autores que conservem uma cópia.

8 Conjuntamente com o trabalho, devem ser enviados:

- título do trabalho em português e inglês;
- resumo em português e abstract em inglês, pelo menos;
- nome, direcção e telefone do autor e demais dados que facilitem o processo de revisão de provas.

9 Os autores deverão assegurar-se, antes de enviarem os originais, que estes não contenham erros, falta de dados, etc., pois que, na fase de revisão de provas, já não se admite inclusão de novo original e apenas se corrigirão erros de composição tipográfica.

10 As referências bibliográficas serão indicadas no texto por ordem numérica, usando algarismos árabes entre colchetes [], e a lista das mesmas, no final do artigo, obedecerá às seguintes normas:

Artigos de revistas:

Nome(s) do(s) autor(es) e iniciais (ano de publicação entre parêntesis). Nome do artigo, *Nome da revista*, **número do volume**, página(s).

Livros:

Nome(s) do(s) autor(es) e iniciais (ano de publicação entre parêntesis). *Título*, editora, página(s).

Convem distinguir claramente entre referências e outra bibliografia que se recomende.

Trabalhos em que a matéria apresentada não esteja referenciada não são, em princípio, publicados. Este é um ponto fundamental em que se insiste.

11 Os quadros ou tabelas, numerados em romano, devem figurar no texto dactilografado, podendo ser encimados por um título conciso.

12 Os gráficos devem, de preferência, ser desenhados a tinta da china, em folhas separadas e de modo a estarem prontos para serem reproduzidos com a maior nitidez e qualidade gráfica possível. Quaisquer letras ou algarismos que neles figurem deverão ser suficientemente grandes para permitir a sua redução que, em princípio, fica ao critério do editor.

As folhas com os gráficos, figuras ou fotografias, deverão ser numeradas, indicando-se o trabalho a que dizem respeito. Além disso, no texto, indicar-se-á o local para a respectiva inclusão.

NOTA: *A TÉCNICA salienta a necessidade de os autores, quando for o caso, obterem em tempo as devidas autorizações de reprodução de excertos de outras obras, sendo esta matéria da inteira responsabilidade do autor.*

A TÉCNICA oferecerá cinco exemplares da Revista, por cada trabalho publicado, independentemente do número de autores.

Entender o Presente para Ganhar o Futuro

Luís Tadeu Almeida

Presidente da Comissão Coordenadora da Licenciatura de Engenharia e Gestão Industrial

RESUMO

Vivemos um tempo de mudança. Assistimos ao "desmoronamento" de um mundo e ao construir dos alicerces dum novo. É a revolução Pós-Industrial, cuja implantação continuará a provocar grandes convulções e a obrigar a uma nova forma de olhar o mundo: global e intregada (visão sistémica).

Esta mudança compota em si alterações e desafios a que os recursos humanos e organizacionais se terão que adaptar. As Universidades e as suas escolas, sobretudo as técnicas, não podem ficar indiferentes a esta revolução, nem ao que ela implica ao nível dos perfis curriculares.

O IST, a maior Escola de Engenharia do País, tem responsabilidades acrescidas e, o tipo de respostas que encontrar, para vencer os novos desafios, têm uma enorme relevância no contexto de funcionamento e necessidades das organizações industrias.

ABSTRACT

We are living a time of changes. We are witnessing the "collapse" of a world and the building of another world's foundations. It is the Post-Industrial Revolution the implantation of which will go on causing upheavals and originate a new way of looking at the world: a global and integrated one (systems view).

This change implies alterations and challenges to which the human and organizational resources will have to adapt. The Universities and their schools, mainly the technical ones, cannot remain indifferent to this revolution and to what it means in terms of curricula.

The IST, the country's largest school of Engineering has additional responsabilities and the answers it provides to overcome the new challenges will have an enormous importance in the performance and needs of the industrial organizations.

1 Mudam-se os tempos...

As mudanças tecnológicas e sociais são uma constante, ao longo dos tempos e, a velocidade moderada dessas alterações, foi permitindo, às pessoas e às organizações, o ajustamento e a adaptação a essas mudanças.

No entanto, desde o início do século XX, essa velocidade foi progressivamente aumentando, vindo a produzir-se uma variação muito significativa a partir dos finais dos anos 40, conduzindo a uma nova revolução - a Revolução Pós-Industrial que está em processo profundo de implementação.

Esta revolução, pois trata-se de uma autêntica revolução, baseia-se na disponibilidade e utilização de três tecnologias fundamentais:

- Desenvolvimento de instrumentos geradores de símbolos que representam as propriedades de objectos ou acontecimentos (data)
- Transmissão de símbolos (tecnologias de comunicação)
- Manipulação lógica de símbolos (computadores)

Com a utilização simultânea destas três tecnologias, foi possível utilizar sistemas para controlar outros sistemas, para automatizar. E aqui está a diferença fundamental entre a Revolução Industrial e a Revolução Pós-Industrial. Enquanto a primeira tinha a ver com a substituição do **músculo** - do homem pela máquina como fonte de trabalho, fazendo tarefas repetitivas muito simples, produzindo a alienação do trabalho - a segunda tem a ver com a substituição da **mente**, permitindo a progressiva subsituição do homem nas tarefas rotineiras e repetitivas - **automação**.

Esta revolução foi acompanhada, como sempre acontece, por uma forma diferente/própria de olhar e interpretar o mundo.

Enquanto que durante a "Idade da Máquina" (anterior à Revolução Pós-Industrial) a compreensão (visão do mundo) era o resultado da compreensão das partes suas constituintes - **doutrina determinista e método analítico**, com a 2ª Guerra Mundial, que "obriga" os cientistas a sair dos seus laboratórios e a embrenhar-se no "mundo real" para resolver problemas de grande dimensão em grupos interdisciplinares, e com base nalguns pressupostos que vinham a ser elaborados desde o início do presente século, começa a tomar forma uma visão **sistémica do mundo** - Idade dos Sistemas.

Esta visão, cada vez mais prevalecente, do Mundo é caracterizada por fazer preceder a análise pela síntese, procurando primeiro identificar e explicar o supra sistema, de que o sistema a estudar faz parte, e, só depois, procurar explicar este.

A visão sistémica faz assim intervir como elemento determinante no funcionamento dum qualquer sistema o ambiente em que este se insere, e só depois identifica os subsistemas constituintes e as suas interrelações.

Em resumo, estamos em plena revolução, onde se olha para o mundo de uma forma global e integrada - visão sistémica, e se dispõe dum conjunto de tecnologias que

Original submetido para publicação em 22 de Outubro de 1991

permitem a progressiva substituição do homem nas tarefas rotineiras e repetitivas.

Esta nova revolução, com uma elevada taxa de aceleração da mudança está a pôr em causa "velhas" e assumidas convicções, modos de estar, de produzir, etc...

Assistimos ao "desmoronamento" dum mundo e ao construir dos alicerces dum novo. Este parto não está a ser feito sem dôr, e, como em qualquer revolução, continuará a provocar grandes convulsões.

Gerações (humanas e organizacionais de todos os sectores) estão lutando desesperadamente para se adaptarem às novas circunstâncias garantindo a sobrevivência. **Nem todas o conseguirão!**

2 Mudam-se as organizações

As empresas, à luz da visão sistémica, são organizações que integram em si três níveis de objectivos:

- os do Sistema (suprasistema) em que estão englobados - (**sociais/ambientais**)
- os do Sistema em análise (**organizacionais**)
- o das pessoas que são parte desse sistema (**individuais**)

Por outro lado as mudanças aceleradas exigem das empresas uma atenção constante ao ambiente em que estão inseridas, e a criação de condições internas que lhes dêem ligeireza nas movimentações e flexibilidade e qualidade na resposta aos desafios que constantemente lhe são colocados.

Para se desenvolverem com sucesso, as empresas têm de cuidar estratégicamente de três áreas:

a) **Tecnologia** - As organizações industriais têm de analisar criticamente a tecnologia que usam em comparação com a disponível no mercado e a usada pelos seus concorrentes actuais e potenciais, de forma a tomarem decisões sobre os seus sistemas produtivos.

b) **Estrutura / Organização** - Gerir a tecnologia e responder às solicitações do mercado em mutação, implica uma estrutura flexível, com diminuição de níveis hierárquicos e com descentralização de decisão, de uma forma coordenada e integrada.

c) **Recursos Humanos** - tudo começa e acaba na qualidade dos recursos humanos disponíveis. Com a modificação das condições do mercado e da tecnologia, com esta a permitir a substituição cada vez em maior escala do homem pela máquina "inteligente" na execução de tarefas repetitivas e no seu controlo, são necessários recursos humanos com formação e capacidades distintas das exigidas num passado recente. Hoje, os recursos humanos têm de ter conhecimentos que lhes permitam, não só compreender e aceitar a mudança, mas também tomar decisões em tempo oportuno.

A diminuição de níveis na estrutura organizacional, as consequências económico-financeiras das opções feitas na gestão dos sistemas produtivos e a utilização generalizada de meios computacionais nas organizações (tanto no sistema produtivo como no sistema de informação, gestão e controlo) têm, como resultado, uma cada vez maior interpenetração das componentes tecnológica e de gestão, nas tomadas de decisão.

As organizações industriais precisam de técnicos que tenham não só formação tecnológica (conhecendo as tecnologias existentes e a sua evolução previsível) mas também formação em economia, gestão e ciências sociais (conhecendo o funcionamento do mercado, avaliando o impacto de tecnologias alternativas, gerindo a tecnologia disponível, os meios humanos e materiais).

A necessidade de um novo tipo de quadros técnicos sentida em todos os países industrializados, no caso de Portugal assume especial relevância pela particularidade de algumas situações:

- a integração na Comunidade Europeia e a progressiva abertura económica ao Mercado Único Europeu, trazem consigo, óbviamente, novas oportunidades mas, também novos perigos - um mercado muito mais alargado, uma competição acrescida - pelo que se torna indispensável que as empresas industriais tenham planos de desenvolvimento estratégico e formas de gestão dos meios disponíveis que lhes assegurem a sobrevivência e o desenvolvimento;
- na estrutura do tecido industrial são predominantes as PME's, com uma capacidade tecnológica e de gestão a necessitar de urgente reconversão e requalificação profunda (seja qual for o sector);
- a enorme falta de quadros para gerir as organizações industriais de uma forma global e que integrem os conhecimentos da tecnologia e de gestão, que tenham a capacidade de se adaptar à mudança e os conhecimentos técnicos e atitude mental de abertura que permitam ultrapassar o amadorismo e a rotina de execução.

3 E as Universidades?

As Universidades, e as suas Escolas, não podem portanto ficar indiferentes a esta revolução. Elas serão sempre, e estão a sê-lo, por elas afectadas. De uma forma mais evidente, aquelas que lidam mais de perto com o "mundo real".

Nestas estão claramente incluídas as Escolas de Engenharia.

Assim, a questão que se põe também às Universidades é a de perceberem o que está a acontecer no mundo e adaptarem-se a essa mudança, de forma a ultrapassar os perigos e aproveitando as oportunidades.

A Universidade, pela sua vocação de investigação e de formação de quadros, deve, não só adaptar-se à mudança como ter um papel importante de antecipação e condução.

Mas para isso é fundamental que, no que diz respeito à formação de quadros superiores, saiba quais as características do mercado onde estes irão funcionar e muitas vezes influenciar o seu desenvolvimento.

Em particular, há que perceber o que se está a passar e se irá passar com as organizações industriais, e que tipo de quadros estas necessitam para vencer os desafios que a nova realidade lhes coloca.

No que respeita a licenciaturas e tendo em atenção as mudanças no ambiente e a visão sistémica do mundo, devem ser fornecidos aos alunos conhecimentos que lhes permitam "compreender" esse mundo e uma formação técnica que lhes permita não só uma actuação eficaz no mundo do "trabalho" quando saírem da Escola mas

também a formação básica que lhes irá permitir uma adaptação constante.

Assim devem ser contempladas na sua formação:

a) **Um sólido domínio das Ciências básicas "tradicionais"** (matemática, física, química, etc). É indispensável que esta formação seja ministrada, pois, servirá de base e de "referência" à aquisição dos conhecimentos futuros, e permitirá uma maior capacidade de integração da formação contínua do engenheiro.
b) **Informática**. Os conhecimentos informáticos são fundamentais não só como suporte para o desenvolvimento eficiente das diferentes matérias mas, também, para que os alunos adquiram novas atitudes que serão de grande impacto na necessária transformação das organizações onde vão desenvolver as suas actividades profissionais, bem como na sua adaptação às transformações sociais a que estamos a assistir.
c) **Ciências aplicadas na área da sua "especialização"**, e que corresponde à formação específica de cada "tipo" de profissional.
d) **Formação na área de Economia, Gestão e Ciências Sociais**. Não é possível desconhecer duas realidades importantes: uma a de que são indispensáveis, no desempenho de funções técnicas, conhecimentos das áreas das Ciências Sociais e de Gestão com especial relevo para Gestão Global, Economia e Sociologia das Organizações; outra a de que, enquanto membros da sociedade, têm também um papel importante a desempenhar, pelo que aqueles conhecimentos são igualmente indispensáveis.

4 Diferente realidade... o mesmo perfil de engenheiro ?

Hoje, ao engenheiro não basta dominar a tecnologia e as técnicas operativas (sub-sistema tecnológico), é-lhe igualmente fundamental ter conhecimentos relativos aos sub-sistemas psicosocial, estrutural e de informação e gestão, sem o que não pode desempenhar, da forma mais eficaz, o seu papel nas organizações industriais.

A actuação profissional do engenheiro ao ser enquadrado no actual ambiente das organizações não se limitará especificamente aos aspectos técnicos, mas, compreenderá também uma intervenção importante na área da gestão global. O engenheiro deverá ser um agente da indispensável mudança das empresas.

Assim, o engenheiro precisa de uma formação que integre conhecimento das ciências básicas, de informática, de ciências aplicadas na sua área de "especialização" e nas áreas da economia, gestão e ciências sociais.

Este novo perfil do engenheiro há muito que foi entendido internacionalmente como comprovam as seguintes citações:

"Undergraduate education in engineering at MIT should prepare its graduates for leadership in technology, for professional excellence, and for rich lives of learning and reflection, through education in science and engineering with an emphasis on fundamentals, in essential partnership with the social sciences and the humanities, for the advancement of engineering and the betterment of society."

MIT, Goals for Undergraduate Engineering Education

"The manager is the dynamic, life-giving element in every business. Without his leadership the "resources of production" remain resources and never become production. The quality and perfomance of its managers is the only effective advantage an enterprise in a competitive economy can have."

Peter Drucker in "The Practice of Management"

No IST, nas licenciaturas "tradicionais", as componentes de Economia, Gestão e Ciências Sociais são diminutas ou inexistentes. Há assim, de modo a permitir satisfazer as necessidades apontadas, que introduzir alterações curriculares, que poderão passar por modificar os perfis/ramos existentes ou/e pelo aparecimento de novos perfis/ramos nas licenciaturas existentes, ou ainda pela flexibilização curricular através da instituição dum verdadeiro sistema de créditos, permitindo a "construção" de um currículo adaptável às necessidades e à vontade dos licenciados, sujeito a regras que assegurem uma sólida formação universitária, dentro do âmbito do IST, que naturalmente é também algo em constante adaptação.

Na falta desta estrutura adoptou o IST uma política de lançamento de novas licenciaturas.

Dentro desta política, começou a funcionar em 1990/91 o 1° ano da Licenciatura em Engenharia e Gestão Industrial, que pretende ser uma resposta às novas necessidades de formação na área de gestão de tecnologia que se referiu anteriormente, de modo a contribuir para o ultrapassar das deficiências estruturais do tecido industrial português, formando engenheiros com uma visão interdisciplinar (sistémica) dos problemas industriais, e com sólidos conhecimentos de ciências básicas, das tecnologias fundamentais, de economia, gestão e ciências sociais.

Esta licenciatura é assim um primeiro contributo importante do IST para vencer os desafios colocados pela Revolução Pós-Industrial, o qual não podia ser feito por outra entidade que não uma escola de engenharia, pois só nestas existem as condições básicas (o conhecimento da tecnologia) para que a integração das três componentes possa ser feita eficaz e mais rapidamente.

5 As responsabilidades do IST face aos novos desafios

O IST, sendo a maior Escola de Engenharia do País, tem por isso responsabilidades acrescidas, e o tipo de respostas que encontrar, para vencer os novos desafios, têm relevante importância no contexto de funcionamento e necessidades das organizações industriais.

Um contributo importante foi dado pela criação da LEGI e pelo desenvolvimento da Área de Economia e Gestão.

Mas, para além da responsabilidade da LEGI, a área da gestão do IST deve ser um núcleo de ensino, investigação e prestação de serviços que, partindo do conhecimento das tecnologias disponíveis, permita uma melhor compreensão dos problemas enfrentados pelas Organizações Industriais, no que respeita à sua organização e gestão, bem como às formas de os ultrapassar.

Neste contexto, à área de gestão cabe desempenhar uma dupla função: por um lado, incentivar nos alunos o desenvolvimento da atitude sistémica e por outro lado, fornecer-lhes um conjunto de instrumentos de análise e de resolução de problemas da Gestão das Organizações Industriais, que lhes permitam melhor compreender o mundo em que vão desenvolver a sua actividade profissional e torná-los mais apetrechados para resolver as situações que aí vão encontrar, englobando as várias perspectivas em presença.

Tem-se no entanto em conta que o objectivo do IST não é a preparação de técnicos em Gestão, mas sim engenheiros com uma visão de algumas questões de gestão com que vão ser confrontados.

Mas este facto põe duas questões fundamentais interrelacionadas:

- qual o papel da gestão numa Escola de Engenharia?
- qual o futuro duma Escola de Engenharia como o IST?

Quanto à primeira questão algumas respostas já foram dadas, e um processo de implementação está em marcha.

Quanto à segunda, é necessário que as respostas sejam dadas rapidamente. **A REVOLUÇÃO ESTÁ EM CURSO**.

Ionic Properties and Electronegativity Considerations in Some Electrolyte Diatomic Molecules

J. M. B. Fernandes Diniz[1] and C. A. C. Sequeira[2]

[1] Chemistry Department, Arizona State University, Tempe AZ, U. S. A.
[2] Chemistry Department, Instituto Superior Técnico, Lisbon, Portugal.

RESUMO

Discute-se o conceito de "carácter iónico" e propõem-se métodos de o calcular, que se mostra serem mais precisos que o que recorre à tabela de electronegatividades de Pauling.

ABSTRACT

The concept of "ionic character" is discussed. Methods for its evaluation are proposed. They are shown to be more precise than the estimation of ionic character through the Table of Electronegativities of Pauling.

The concept of "ionic character" has been differently defined, and as a result, it has been misleading to reason in terms of it, unless one really explicits the precise context in which the "ionic character" is discussed.

(A) Pauling [1] has suggested that the experimental dipole moment, μ, of a heteronuclear diatomic molecule may be used to estimate the ionic character of a single bond. Viewed as two point charges $(+q)$ and $(-q)$, separated by the internuclear distance, d

$$\mu = |q| \times d$$

where $|q| = \delta \times e$; $e = 4.803 \times 10^{-10}$ esu.

So, for any alkali metal halide molecule, the ionic character is given by $(\delta \times 100)$, which corresponds to the fraction (expressed in percentage) of the electron charge present in each electric pole.

(B) The above definition of ionic character implies that a purely covalent bond would have no dipole moment. However, owing to a difference in shape or size of the two overlapping orbitals, some distortion might give rise to a dipole moment even though the bond pair is equally distributed. Coulson [2] conceives the ionic character as $100\,\lambda^2/(1+\lambda^2)$ where

$$\psi = \psi_{cov} + \lambda\,\psi_{ion};$$

ψ is the complete molecular wave function, and λ is the Coulson constant sometimes called the degree of ionicity.

(C) Since Pauling [1] postulated that the electronegativity difference, for a single covalent bond between two atoms X and Y, measures the extent to which the bond in this XY molecule is polar or partially ionic in character, it has been accepted that the partition of the single bond enthalpy, $\Delta H(X\text{-}Y)$, leads to a covalent term and a ionic term.

First, the covalent bond enthalpy term, $\Delta H_{cov}(X\text{-}Y)$, was identified with the arithmetic mean of the single bond enthalpies of the molecules X_2 and Y_2. Later, it was suggested that $\Delta H_{cov}(X\text{-}Y)$ would be better estimed through the geometric mean. Obviously one could infer that

$$\Delta H_{ion}(X\text{-}Y) = \Delta H(X\text{-}Y) - \Delta H_{cov}(X\text{-}Y).$$

Let us work a particular set of examples (potassium halide molecules) that happen to be electrolyte diatomic molecules.

Diatomic Molecule (From refs. [3] and [4])

	$\Delta H(X\text{-}Y)$ (kJ mol^{-1})	d / Å	μ / D
KF	498	2.1715	8.60
KCl	422	2.6666	10.27
KBr	382	2.8207	10.41
KI	323	3.0478	11.05
K_2	49.4	3.923	0
F_2	159	1.417	0
Cl_2	242	1.988	0
Br_2	193	2.2809	0
I_2	151	2.6666	0

Diatomic Molecule	Ionic Character		
	$\frac{\mu \times 100}{4.803 \times d}$	Estimated from Table of Electro-negativities (Pauling/Allred)	$\frac{\Delta H_{cov}(X\text{-}Y) \times 100}{\Delta H(X\text{-}Y)}$
KF	82.5%	91.6%	82.1%
KCl	80.2%	74.8%	74.2%
KBr	76.8%	68.2%	74.3%
KI	75.5%	56.6%	74.4%

Original submetido para publicação em 19 de Agosto de 1987

(D) A different model of deriving the ionic character of a heteronuclear molecule is inspired in the extended-calculations of the lattice energy of alkali metal halide crystals, that are based on the Coulomb, Born, London and zero-point energy contributions [4].

	Crystal	KF	KCl	KBr	KI
ΔU (kJ mol^{-1})	r_0 (Å)	2.66	3.14	3.29	3.53
	ΔU_c	-908	-771	-735	-686
	ΔU_B	+ 119	+ 90	+ 84	+ 75
	$\Delta U_{L,dd}$	-28	-28	-29	-29
	$\Delta U_{L,dq}$	-3	-3	-3	-3
	ΔU_Z	+ 7	+ 4	+ 3	+ 3
	ΔU_{calc}	-813	-709	-680	-640
	ΔU_{exp}	-821	-717	-689	-649
	ΔU_{ion}	-820	-713	-683	-643
	ΔU_{cov}	-8	-8	-9	-9
	p	99.9%	99.4%	99.1%	99.1%

p = internal energy percentage of ionic nature

Since the experimental value of the lattice energy for any alkali metal halide crystal is higher than the extended-calculated value, this suggests that there is a systematic error in such estimations due to disregarding a covalent term.

For diatomic molecules we may apply similar equations to Born-Landé and London equations

$$\Delta U_{B+C}\left|XY_{(g)}\right| = \frac{|\delta|^2 \times r_0}{d \times A} \times \Delta U_{B+C}\left|XY_{(c)}\right| \quad (1)$$

$$\Delta U_{L,dd} = -\frac{1}{(4\pi\varepsilon_0)^2 d^6} \times \frac{3}{2} \times \frac{E_+ E_- a_+ a_-}{(E_+ + E_-)}$$

where

A = Madelung constant for NaCl type of structure = 1.7476
a_+ = polarizability of the cation = 0.93×10^{-40} F.m^2
a_- = polarizability of the anion
E_+ = ionization energy of K^+ = 3.051 kJ mol^{-1}
E_- = modulus of the electron affinity of the correspondent halide atom

Molecule	KF	KCl	KBr	KI
E_-	-328.0	-348.8	-324.6	-295.4
a_- (10^{-40} F m^2)	1.17	4.10	5.34	7.95
$\Delta U_{L,dd}$	-4	-4	-4	-3
ΔU_{B+C}	-376	-295	-256	-231
ΔU_{ion}	-380	-299	-260	-234
ΔU_{exp}	-498	-442	-382	-323
p	76.3%	70.9%	68.1%	72.4%

E_- and ΔU expressed in KJ mol-1

It is obvious that the ionic contribution to cohesive energies is greater in the solid state than in the molecular gaseous state.

Moreover the energy percentage of ionic nature of the molecules is closest to the enthalpy approach of ionic character of the same molecules.

So, summarizing,

- one could notice that the concept of "ionic character" may be understood in terms of charge distribution in the molecular orbital ψ (Coulson), dipole moment (Pauling) or bond energy;
- the bond energy ionic character may be estimated either through the Pauling equation or by extended-calculated contributions;
- the estimation of ionic character through the Table of electronegativities of Pauling/Allred is very rough.

References

[1] Pauling, L., (1960). *The Nature of the Chemical Bond*, 3rd ed., Cornell University Press, Ithaca, N.Y..

[2] Coulson, C., (1961). *Valence*, 2nd ed., Oxford University Press, Fair Lown, N.J..

[3] Gray, H.B., (1973). *Chemical Bonds, an introduction to atomic and molecular structure*, W.A. Benjamim, Inc..

[4] Dasent, W.E., (1982). *Inorganic Energetics, an introduction*, 2nd ed., Cambridge University Press.

Linguistic Controllers

An Introductory Guide to Theory, Pratice and Research

Pedro R. Medina Martins and João M. da Costa Sousa

Instituto Superior Técnico

RESUMO

Apresenta-se e discute-se teoricamente uma técnica não convencional de controlo baseada em regras "fuzzy". É feita a sua aplicação a um problema concreto de engenharia.

ABSTRACT

A non-conventional control technique based on fuzzy rules is presented and theoretically discussed. The analisys of the case study illustrates its application to a concrete control problem.

1 Complexity, Fuzziness and Fuzzy Control

Since the 50's that a great deal of the contemporary societies, especially the Western ones, have been undergoing the influence of the a Renaissantist-like movement (that many claim to be the ushering in a new 'information age') which, arising almost simultaneously in various areas of knowledge (particulary in those where control, information, computer technology and related fields have been especially concerned) has, in turn, begotten the emergence and development of new fields of inquiry such as systems science, cybernetics, information science, artificial intelligence, etc.

All of these changes led to a profound reappraisal not only of the entire paradigm on which the whole scientific panorama had, until the 50's, been based but also to the discover and/or reformulation and extension of many of its researched tenets. From the manifold, albeit cognate, subject matters which the emergence of these new themes entailed there are three which, due to their present-day importance, deserve a rather especial attention.

The first of these subject deals with *complexity*. Advances in computer technology have been extending our capabilities of coping with systems of an increasingly broad range, this extension including systems which due to their nature and complexity have, until quite recently, been regarded as intractable. However, insofar as the level of complexity we can manage continues to increase, also we begin to realize that there are some fundamental limits which, by no means at all, can be surmounted. Or, putting the matter differently, we also begin to understand that the need for simplification is often unavoidable. One of the processes used for simplifying complex systems - the most significant one, perhaps - is to allow some degree of uncertainty in its description. Generally speaking, a good simplification must minimize the loss of information (regarded as) relevant to the problem which is being concerned. And because this loss implies (amongst other things) an increasing degree of uncertainty, then it follows that complexity, information and uncertainty become matters mutually related to.

Later we shall return to this assertion. For the moment, taking 'relevancy' as a starting point (How can one know what is 'relevant' or not for the solution of some problem?), our attention will be directed to the second of the subject matters previously referred to. It deals now with *knowledge*.

Together with such advances in computer technology this is, perhaps, the area which more transformations has undergone in the last fourty years. As a matter of fact, from a period in which emphasis was laid on an attempt to know the character of the 'external' (or 'physical') world we have now reached a different (or *reflective*) stage in which the main focus of interest is, rather, devoted to what may be called 'the knowledge of the knowledge'. In other words, we want to know not only 'facts' or 'truths' as before but also what we can or cannot do with this knowledge, what can or cannot be known, how we know and how to cope with knowledge (and ignorance) itself. One of the major consequences of this shift (closely related to the methodology which the use of computers entails) is a renewed amount of interest on psychological phenomena. This interest has been translated in the emergence of new approaches to mind's functioning, to its architecture, to reasoning, to new logics, etc.; briefly, to new trends in the psychological sciences, of which the so-called 'cognitive psychology' is the present-day utmost representative.

We shall not dispute the fruitfulness of this cognitive current in the understanding (and further simulation, replication even) of *some* mental phenomena, particularly of those which Jackendorff asserts to pertain to what he calls "the computational mind". But, in our opinion,such an overall approach tells us only a part of the story. Human beings are far more complex and puzzling than simple serial or parallel *logic*

This paper is supported by the Nato Special Programme Pannel on Advanced Educational Technology and by CAUL (Centro de Automática da Universidade de Lisboa). None the less, the responsability for the views and opinions contained herein pertains, entirely, to the authors.

Original submetido para publicação em 18 de Junho de 1991

machines, the word "logic" being here referred to its traditional meaning. That we have minds and brains no one denies. But we do have bodies too and the model of the brain as a mass of neurons-like-on/off electronic switches controlling the body not only has proved to be erroneous in the light of the most recent advances in neurobiology but has also left unsolved the relationships between brains and minds as well as between minds and bodies. As a further point, the emphasis laid on rational and cognitive processes *alone* so characteristic of that approach (excluding affectivity and irrationality almost by edict) introduces a false and rather artificial division into the mind's functioning, far from what is presently know about normal and abnormal mental processes. Even the modelling of (classical) logic reasoning - one of the strongest bastions of mind-like simulations - undergoes severe criticisms if compared with the real processes we use to get some 'neat' conclusion from previously known (and also supposedly 'neat') premises. As a matter of fact, beyond the ubiquitous and, yet, obscure problems which the (self)organizing process that the coherence of our thoughts/utterances beset, a great deal of the terms/concepts/inference rules we use whenever we are engaged in conversation either with other people or even with ourselves is far from being 'neat' and/or 'objective' (as the traditional logicians claim). On the contrary, and to a great extent, they are essentially vague, they usually comprise several types of (time-variable) self-referentials and, consequently, they often entail a large amount of subjective and imprecise appraisals in which the individuals 'experiences (as well as their idiosincrasies) play a non-neglectful role.

This vagueness, subjectivity and one's individuality underly, precisely, the last of the three subject matters previously referred to. For the sake of conciseness we shall name it *the gap between 'hard' and 'soft' sciences*, this expression entailing, broadly speaking, the gap between the high standards of precision which, on the one hand, prevail in mathematics, physics, chemistry, engineering and so forth, and the imprecision of which much of sociology, psychology, education, political science, history, philosophy, linguistics, anthropology, literature, art and related fields are, on the other hand, pervaded. There are manifold reasons justifying the sharp contrast between these two types of precision standards[1]. But, from them all, the deeply entrenched tradition of precise and *quantitative* reasoning in the "hard" disciplines (the roots of which can be directly related to the effective success of the mechanistic paradigm in the descrition/explanation/prediction of a great many deal of relatively non-complex "natural" systems) plays, undoubtedly, the most prominent role. As a matter of fact, this (possibility of) quantification establishes a clear difference as regards the "soft" sciences, whose main bias is centered on systems where those *qualitative factors* intrinsically associated with the complexity of the human functioning (this including human values, norms, judgements, perceptions, emotions and so forth as well as human interactions) cannot, by no means at all, be disavowed or neglected.

1 See [13] for more details..

Due to the enormous influence which the mechanistic or "classical" paradigm is still exerting upon the present-day scientific panorama, the conventional mathematical techniques have been, and continue yet, to be applied to the analysis of such humanistic systems. In spite of this, it has also becoming increasingly clear that the complexity, particular characteristics and specific problems which such systems offer, call for approaches that have to be significantly different both in spirit and in substance from the traditional methods. One of the approaches which, in the last two decades, has progressively been recognized as providing solutions for a great deal of such problems is the so-called *theory of fuzzy subsets* of Lofti Zadeh.

The theory arose explicitly in the 60's [2]. However the french expression "ensemble flou" had already been used in 1951 by Menger when, based upon a probabilistic interpretation, he set up what is presently named the max-product operation of a fuzzy transitive relation. From a semantic perspective, Zadeh's approach is also rather close from Black's work on "vagueness" (Black, 1937); his "consistency profiles" can, indeed, be regarded as the ancestors of the present-day "fuzzy membership functions" which, since the inception of Zadeh's theory, are used to describe words, concepts or situations which the classical approach is unable to deal with.

Some of these situations recover, precisely, the three major subjects previously referred to.

As regards complexity and knowledge, because it has been recently realised[3] that there are several fundamental types of uncertainty (which, together with *vagueness*, also beset various types of *ambiguity* such as *non-specificity*, *dissonance* and *confusion*) each of which plays a distinct role in the respective simplification problem. As a further point, the mathematical framework into which these uncertainties can be more properly inserted has also proved to be available in terms of an overall theory of fuzzy sets and fuzzy measures.

As regards the debate hard/soft sciences because a great deal of the (potential) conflicts between them - particularly those referred either to the semantics of propositions (excluded from the neutral, syntatic language either of General Systems Theory or, more generally, from all the disciplines which obey the classical paradigm of physical/quasi-physical disciplines) or to reasoning based upon imprecise premises - have both been overcome by a fuzzy extension of Zadeh's theory to a new field of inquiry, the so-called "approximate reasoning". We shall not go into details about its tenets. For the moment we shall only stress out that this approach is based on two main concepts, a) that of *linguistic variable*, say of a variable whose values are words or sentences in a natural or artificial language (for instance, "age" may be regarded as a linguistic variable if its values are assumed to be "young", "not young", "very young", "old", "not very old", etc) and b) that concerning the *inference rules* (nothing but particular fuzzy operations) which allow to get some

2 See [17]

3 See [7, 8]

conclusion from premises which are neither very exact nor very inexact.

Fuzzy sets and fuzzy logics underly too not only these themes but also the areas where computer simulations of the interactions either between human beings, between human and machines or even between machines, are concretely involved. One of these areas (where complexity, uncertainty, linguistic variables and linguistic rules as well as interactions Man/machines are altogether related) deals precisely with the major objective of this paper: the theory of the so-called *linguistic controllers*, an engineering control technique based upon fuzzy concepts and fuzzy operations which is becoming increasingly used in present times.

The first concrete application of Zadeh's fuzzy theory to control problems is due to Mamdami and Assilian (Mamdami & Assilian, 1975). In a classical (and now historical) paper entitled "An Experiment in Linguistic Synthesis with Fuzzy Logic Controller" they demonstrated how the main theoretical fuzzy operations can be used to the effective modelling and control of systems which in that epoch were incapable of being adequately treated according to the conventional techniques. Since then, Mamdami's revolutionary approach has given rise to more than 3000 papers on fuzzy control applied to several, distinct areas.

Despite this enormous amount of work a great deal of the present-day literature about the theme undergoes, from the authors' perspective, some severe criticisms one of which is especially poignant. As a matter of fact, a survey of such works (until 1990 at least) shows that there is an enormous gap between the type of papers where extremely *specialized* control problems are the main focus of attention (the bias of which as well as their understanding is only restricted to some few experts in such specialized areas) and some other papers/books which, albeit related to fuzzy control, deal with so general notions that their *application* to a control question (out of the specialized publications) becomes, for the non-experts, extremely difficult. The overcoming of this gap is one of the main challenges of the present work.

In order to solve this (and other) problem(s) we shall use in the following considerations an approaching strategy which will be divided into two main phases. In the first, we shall briefly survey some of the major questions which the modelling and simulation of control systems according to the conventional perspective usually entail. The main structural and methodological differences existing between conventional and linguistic controllers will, next, be pointed out. In the second phasis, a great deal of attention will be devoted to the various stages which the design of any linguistic controller (whatever it may be) must follow. A concrete, albeit simply illustrative, example will provide the reader with a computational support for further developments.

2 Conventional and Linguistic Controllers: Main Differences

Since the very beginnings of control theory that the designers of automatic control systems have had to face some typical types of problems, two of which may be characterized as follows. In the first, the designers' objective seeks to hold the value(s) of some "output" variable(s) within a certain predefined and predetermined region, this taking into account a given set of possible disturbances against which the (endeavoured) control system must react. In the second, that objective aims to pursuit (or "follow") a certain, usually moving, target with the maximal accuracy so that the actions to be performed by the control system can both antecipate and correct some (possible) set of "unpredictable" target's movements.

According to the conventional perspective both of these control systems obey the general scheme depicted in fig.1.We shall not go into details either about the

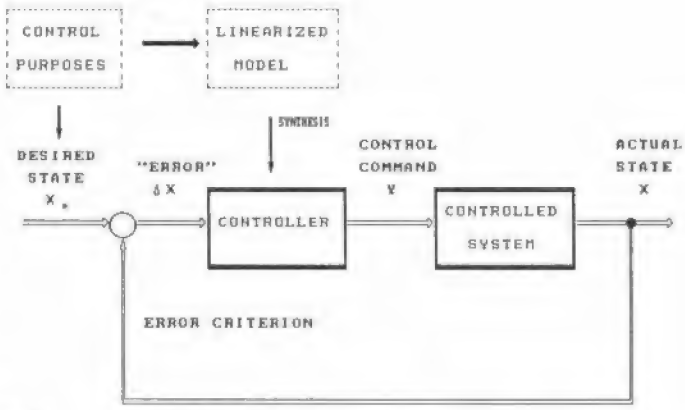


fig. 1

particular forms that this scheme may take in terms of concrete applications or about the specific mathematical techniques they entail; attention has, however, to be paid to its underlying philosophy. As a matter of fact, the controller's design for a specific application requires three (at least) stages which, respectively, deal with a) the analysis of the actual system, b) a decision criterion based on the linearized model, on some desired state and on some error criterion function, c) the synthesis of the controller's struture as well as of its parameters. It follows, consequently, that such conventional controllers are able to provide accurate control whenever the actual systems are (relatively) non-complex, they can be matched to linearized models, the desired state can be well-defined, the error criterion function is easy enough to cover all the system's purposes and the quality/amount of the measure of the parameters' values is high.

A totally different situation occurs, however, when the process or system to be modelled is extremely complex (leading, for example, to deep uncertainties about its internal structure), presents non-linear relations between its variables/parameters, these parameters are time-variable (sometimes with ill-defined time-variations), the system contains non-specified time-delays and multi-objects to be controlled are effectively needed.

Two possible ways of overcoming these problems have been used. Firstly, the designer constructs simpler and simpler *replica* of the system (according to some predefined set of simplificative hypotheses) using for it (more or less) complex structured algorithms. Since,

however, these algorithms translate the knowledge which the designer has of the system and this, by inicial assumption, is extremely complex (which implies a certain degree of uncertainty/ignorance from the designer's side) then, whenever a non-predicted alteration of some variable/parameter/subsystem of the global system occurs or its structure changes, it follows that new and new reconstructions of these algorithms are always mandatorily required. Which, in turn, will imply an additional (and often tremendous) amount of work whenever these situations arise.

The second way of overcoming such problems takes into account the natural flexibility, adaptativeness and expertness of human operators. In this case, however, the controller's designer has not only to provide the operator with a set of "instructions" but to consider also that this operator is able *to interpret* and *understand* them in a language which, because founded on the natural language, contains terms which are highly vague and imprecise.

To illustrate this point let us consider a concrete example. fig 2 shows an extract from American textbook

CASE	CONDITION		ACTIONS TO BE TAKEN	REASON
10	BZ	OK	a. Increase I.D. fan speed	To raise back-end temperature and increase oxygen percentage for action b.
	OX	low		
	BE	low	b. Increase fuel rate	To maintain burning zone temperature
11	BZ	OK	a. Decrease fuel rate slightly	To raise percentage of oxygen
	OX	low		
	BE	OK		
12	BZ	OK	a. Reduce fuel rate	To increase percentage of oxygen for action b.
	OX	low	b. Reduce I.D. fan speed	To lower back-end temperature and maintain burning zone temperature
	BE	high		
13	BZ	OK	a. Increase I.D. fan speed	To raise back-end temperature
	OX	OK	b. Increase fuel rate	To maintain burning zone temperature
	BE	low		
14	BZ	OK	NONE. However do not get overconfident and keep all conditions under observation	
	OX	OK		
	BE	OK		

fig. 2

for cement kiln operators[4].

This extract describes the actions that must be executed by a human operator in order to adjust the fuel rate, kiln speed and air volume through the kiln under several variable conditions characterized by the temperature in the burning zone (BZ), oxigen percentages in the exhaust gas (OX) and the temperature at the back-end of the kiln (BE).

Beyond the actions which the operator has to perform (meaningless in this paper), the aspect here which must be pointed out lays emphasis on such terms as "low", "high", "OK", "slightly increase", "slightly decrease" and so forth which, despite their use in our everyday utterances, have a content which, by no means, can be translated according to the "exact" representations of the conventional techniques. *They can, none the less, be expressed in terms of fuzzy propositions and fuzzy rules.* And because these expressions have, since Mamdami's paper, been able of computer translation then, it follows that fuzzy or linguistic controllers are a good means either to substitute human operators in control situations so far regarded out of court or to solve control problems where complexity, non-linearities, etc. are prevailling.

This being assumed the general scheme of a linguistic controller (depicted in fig.3) can now be easily undeerstood.

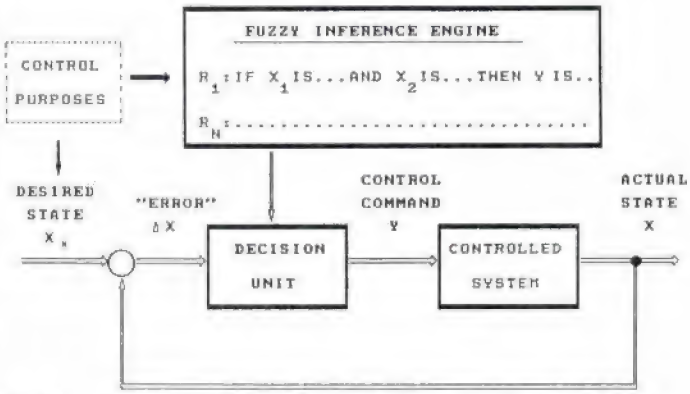


fig. 3

The system contains a fuzzy control unit where a set of control rules R_i is implemented. These rules may be described in the simplest case as "If x is A_i then y is B_k" where x corresponds to a linguistic evaluation of the system's state and y (the control command) is the action the system *has decided* to execute in order to satisfy the controller's objective. Since this objective coincides with the designer's purposes then it can also be asserted that the control unit *materializes* the designer's reasoning in a way which, because vague and imprecise (albeit more adaptative and flexible) is much closer of the human functioning.

These (and other) features of fuzzy controllers establish a clear cut as regards the conventional control techniques, particularly those in which "expert systems" (in the sense of AI) are used. As a matter of fact, despite their (apparent) similarities in terms of decision and implementation of rules, the remaining methodological and even philosophical differences are, however, so poignant that only a detailed description of how a linguistic controller works is powerful enough to account for them. Such a description (nothing but the proper design of the controller) will be the content of the

4 See [5]

next considerations.

3 Design of a Linguistic Controller: Main Stages

Let us assume that the designer has some previous knowledge of how the process/system to be modelled *broadly* works. In other words, let us suppose that he/she has already made a distinction between some of the input and output variables and that he/she knows their respective numerical values, particularly the minimal and maximal values that these variables can take throughout an enlarged observation period. Based on this previous knowledge the design and *effective* implementation of a fuzzy controller relating such (selected) input and output variables obeys six main stages which, respectively, deal with:

- the definition of the universes of discourse corresponding to the (hypothesized) input and output variables;
- the fuzzification of these universes using fuzzy terms ("great", "small" and so forth);
- the setting up of the partial input/output relationships (fuzzy inference rules);
- the construction of the global input/output relationship;
- the defuzzification stage;
- the analysis of the obtained results (which may lead to the introduction of new universes of discourse, new inputs, new rules, etc.) until that such results are assumed to satisfy the designer's objectives.

A more detailed description of these stages (as well as of some of the problems they entail) is provided in the sequel.

3.1 Universes of discourse

The knowledge of the universe of discourse of every (hypothesized)variable is a crucial piece of information for the construction of the controller. Manifold reasons justify such an importance but they will be more clearly understood as far as the remainder phases of the design will be explicated. For the moment it suffices to bear in mind that a change in the range of these universes will influence pratically all the further implementation stages (this including the definition of curves which translate the terms used to characterize the controller, the inference rules, the mathematical operations they entail, the type and number of the discretization stage that such operations require, etc.).

As previously emphasized the boundaries of these universes are defined taking into account the minimal and maximal values which the (selected) input and output variables may assume throughout a more or less extended period of observation. These boundaries are usually, *normalized* (tipically between 0 and +1 or, sometimes, between -1 and +1). Appropriate *scaling factors* (not necessarily alike for all the variables, their universes of discourse or, if this is the case, for the positive and negative parts of such universes) must, therefore, be chosen. Because irrelevant for our present purposes these scaling factors will, however, be excluded from these theoretical considerations; thus, only normalized universes will, thenceforth, be considered.

3.2 Fuzzyfication of the input(s) and output(s)

Once the universes of discourse of the (hypothesized) variables are defined the designer must next translate the observed variation of their numerical values in *linguistic terms*. Which, putting the matter differently,

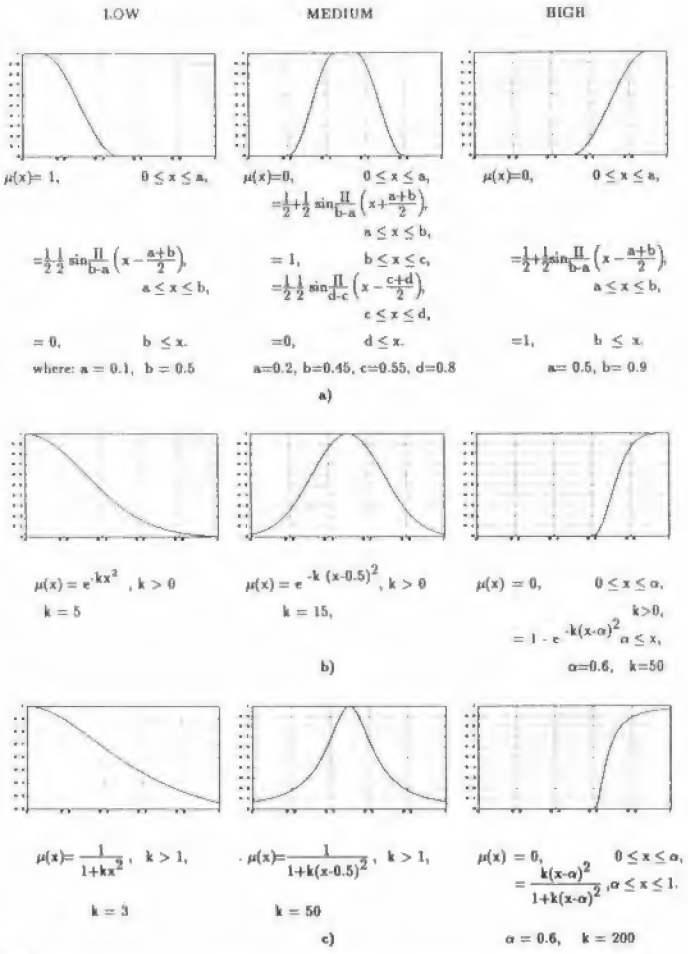


fig. 4

is tantamount to saying that the designer must express his/her subjective "estimation" of such variations in natural words as "great", "small", "slightly increase" and so forth. Since these terms (also named "qualificatives", "attributes" or "linguistic variables") are equivalently translated by appropiate fuzzy membership functions then the type and number of such "linguistic estimations" will thenceforth define not only the maximum number of rules that the control unit must contain (in principle, for a SISO system, this number equals the product of the number of input attributes by the number of output attributes) but also (once implemented) a first appraisal of the behaviour that the system must futurely exhibit.

The curves by means of which such membership functions are graphically displayed can take several forms. fig.4 depicts some of the most typical ones.

It is worth noting that all these curves depend on parameters ("k" or "a" and "b") whose values may undergo several variations either according to the designer's perspectives (for instance, as far as his/her knowledge of the system's functioning increases) or, in

more elaborate controllers where "adaptation" and "learning" have (automatically) been introduced, taking into account some optimization criterion.

3.3 Construction of the fuzzy engine

Once the linguistic values of the input and output variables (as well as of their corresponding curves) have been selected, the next step of the controller's implementation consists in the setting up of the inference rules which superordinate the relationships between input qualificatives and *desired* output attributes.

Two different, albeit cognate, types of problems frame this stage of the controller's design: one deals with all the mathematical paraphernalia that such relationships beset, the other the questions which the (necessary) discretization of the already selected universes of discourse may eventually beget. Both of these problems will be more circunstantially approached in the sequel.

3.3.1 Partial fuzzy rules

Let P_i (i = 1, 2, 3, ...n) and Q_j (j = 1, 2, 3, ...m) be fuzzy propositions including fuzzy predicates such as

$$P_i := \text{"}X \text{ is } A_i\text{"} \qquad Q_j := \text{"}Y \text{ is } B_j\text{"} \tag{1}$$

where X and Y are linguistic variables and A_i and B_j represent their values or attributional properties (such as "great", "medium", "small", "low", "very low", "high", "moderately high", etc) assigned to X and Y according to the designer's criterion. Then, for a certain value of *i* and *j*, say *k*, a *linguistic rule* is a meta-implication statement[5] which, in the simplest form, is expressed by "IF P_k THEN Q_k" *by means of some implicit relation* R_k (which is said to *materialize* the rule)

$$P_k \xrightarrow{R_k} Q_k$$

which, in a more suggestive graphical way may depicted as

fig. 5

[5] The reader must carefully bear in mind the distinction between implication and meta-implication. As a matter of fact, let P and Q be two formal propositions and let us denote implication and meta-implication respectively by the symbols ">" and "→". Then the composite proposition "P implies Q" corresponds to the truth table depicted bellow,"F" and "T" being the usual "values" of "falsehood" and "truthfulness". As a further point, if A and B are sets respectively related to P and Q then such a composite proposition is given by the set theoretical operation A∪B. On the contrary, in the composite proposition "P meta-implies Q" it is assumed that whenever P is true then Q is also supposed to be true, although nothing can be inferred from the meta-implication if P is false. The meta-implication introduces yet two additional features, a cause/effect relationship and the content of the proper propositions, both of which are not entailed by the implication. For more details see [6].

P	Q	P>Q
F	F	T
F	T	T
T	F	F
T	T	T

In linguistic terms P_k expresses some propositional condition to be satisfied (antecedent) *in order that* Qk (the consequent) can also be verified. Obviously, when translated in the controller's "language", the 'antecedent' corresponds to the conditions which the input is supposed to satisfy and the 'consequent' the conditions which the output has to verify from the designer's perspective.

This being assumed the rule which materializes the relation R_k between P_k and Q_k is usually obtained by means of Zadeh's *inference operation*

$$R_k = P_k \star Q_k = \\ = MIN[(a_k)^T, b_k] \tag{2}$$

where a_k and b_k are the (computational) vectors by means of which the (discretized) membership functions that translate the linguistic values A_k and B_k are expressed, $(a_k)^T$ means the *transpose* of a_k and the operation "★" symbolizes (in this case) the so-called *direct* (or *cartesian*) product.

More complex rules entailing several, distinct, antecedents P_{1i}, P_{2j} ...., and one consequent Q_r (i, j, ... = 1, 2, ..., n; ... r = 1, 2, ...s) lead to the composite meta-implication statement " IF P_{1i} AND P_{2j} AND .....THEN Q_r". Again, for some specific k, the implicit relation R_k may be expressed by

$$R_k = [(P_{1k} \, AND \, P_{2k} \, AND \, ...) \star Q_k] = \\ = MIN[(a_{1k} \, \mathbf{t} \, a_{2k} \, \mathbf{t} \, ...)^T, b_k] \tag{3}$$

where a_{1k}, a_{2k}, ... corresponds, as before, to the specific (discretized) membership functions which linguistically describe the attributional properties $A_{1i} \in P_{1i}$, $A_{2j} \in P_{2j}$, etc., "★" is the inference operation previously defined and "**t**" is a *triangular norm* (or "**t**-norm") which obeys the following properties:

1) **t** is a relation $[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ (4)

For any membership functions a, b, c, d $\in [0,1]$:

2) **t** is a non-decreasing operation in its arguments, say,

$$\text{if } (a \leq b) \text{ and } (d \leq c) \\ \text{then } (a \, \mathbf{t} \, d) \leq (b \, \mathbf{t} \, c) \tag{5}$$

3) **t** is a commutative operation,

$$a \, \mathbf{t} \, b = b \, \mathbf{t} \, a \tag{6}$$

4) **t** is associative,

$$(a \, \mathbf{t} \, b) \, \mathbf{t} \, c = a \, \mathbf{t} \, (b \, \mathbf{t} \, c) \tag{7}$$

5) **t** satisfies the boundary conditions

$$a \, \mathbf{t} \, 0 = 0 \tag{8}$$
$$a \, \mathbf{t} \, 1 = 1 \tag{9}$$

6) In all cases

$$a \, \mathbf{t} \, b \leq MIN(a,b) \tag{10}$$

Examples of these t-norms are provided by:

a) a **t** b = MIN (a,b);
b) a **t** b = a.b where "." is the usual scalar multiplication;

c) $a\,t\,b = 1 - MIN\,[1, ((1-a)^w + (1-b)^w)^{1/w}]$ with $w \geq 1$;
d) $a\,t\,b = MAX\,[0, (\lambda + 1)(a + b - 1) - \lambda ab]$ with $\lambda \geq -1$;
etc.

From these t-norms the most used is, undoubtedly, a). However, c) which corresponds to the so-called *Yager's intersection*, may provide stronger or weaker intersections as far as w varies (a property which, broadly speaking, is shared by all the t-norms which depend on some parameter). This feature can be advantageously profited in the design of self-learning fuzzy controllers.

3.3.2. Discretization of the universes of discourse

The mathematical operations which the construction of each one of the preceding rules beset require, mandatorily, the discretization of the different membership functions by the means of which attributes are translated. A great deal of problems is encompassed in this discrezation. Two of them are here especially poignant, a) the number of intervals into which the universes of discourse of every relevant variable must be divided and b) their respective ranges. The first rises a question which takes into account both the *accuracy* of the endeavoured results (which requires a greater number of intervals) and the *computational effort* (which, in turn, demands a redution of such a number). A possible way of overcoming this ambiguity consists in the use of discrete intervals with *different ranges*: near the contolled region this range is made small, away from it the range is increased.

Whatever may be the selected option (variable from case to case) the designer has, however, to take always into account the computer's speed as regards the set of possible disturbance to which the whole system must react. Hence, the number of selected intervals, their ranges, the type and characteristics of such possible disturbances and the proper features of the computer used becomes matters mutually related to. Nonetheless, insofar as we know, no specific research study has been specifically performed upon this particular, albeit crucial, aspect of the controller's design.

As a pratical advice it is usual to begin with a certain number of equalized intervals (satisfying some rough accuracy criterion) and next to improve the results obtained either by increasing that number or (if the controller region is already well-defined) by changing their ranges; this, taking always into account eventual delays between the controlling actions executed by the fuzzy engine and the real disturbances it has to correct.

3.4 Global input / output relationship

Assuming that this problem concerning the discretization of the universes of discourse is solved and that all the partial rules have already been defined the next stage of the designer's strategy will require the setting up of the global relation R_T which entails the different R_i (i = 1, 2, ...N) established in Section 3.3.1.

Broadly speaking R_T corresponds to an operation which join the R_i according to two main sentences

$$(IF...THEN...)_1 \begin{Bmatrix} ALSO \\ \\ ELSE \end{Bmatrix} (IF...THEN...)_2 \begin{Bmatrix} ALSO \\ \\ ELSE \end{Bmatrix} \ldots\ldots\ldots$$

The interpretation assigned to these "also" or "else" leads to various types of operations. The most usual corresponds to the classical fuzzy union

$$R_i \cup R_j = MAX\,(r_i, r_j) \qquad r_i \in R_i \qquad r_j \in R_j \tag{11}$$

None the less, and similarity with the extention of the classical fuzzy intersection by means of t-norms, it is also possible to define a *generalized union* or **s**-*norm* (also named **t**-*conorm*). These **s**-norms obey all the properties previously referred to **t**-norms except that one which deals with the boundary conditions which, now, verify the expressions

$$r_i \;\mathbf{s}\; 0 = r_i \tag{12}$$

$$r_i \;\mathbf{s}\; 1 = 1 \tag{13}$$

It can also be demonstrated that for any corresponding r_i, r_j

$$MAX\,(r_i, r_j) \leq r_i \;\mathbf{s}\; r_j \tag{14}$$

As in the case of **t**-norms, various types of **s**-norms may be found in the present-day literature. Some typical examples of these norms are given bellow for two general membership functions/membership relations "a" and "b":

a) $a\,s\,b = MAX\,(a, b)$
b) $a\,s\,b = 1 - MAX\,[0, (1-a)^{-w} + (1-b)^{-w} - 1]$ with $w \in (-\infty, \infty)$
c) $a\,s\,b = a + b - ab$
d) $s\,b = MIN\,[1, a + b + \lambda ab]$ with $\lambda \geq -1$
e) $a\,s\,b = MIN\,[1, (a^w + b^w)^{1/w}]$ with $w \in (0, \infty)$
etc.

Again we remark that values of w or λ may lead to weaker or stronger values of the generalized union, a property which may be advantageously profited in the construction of adaptative, self-learning controllers.

3.5 The defuzzification stage

Based on the knowledge both of R_T and of the linguistic attributes corresponding to some numerical input value, another fuzzy operation (max-min composition, etc.) will allow, next, the specification of the *global linguistic value* for the output variable corresponding to that input value.

Tipically, as exemplified in fig.6, this global output is given by the composition (fuzzy union or some of the operations which s-norms encompass) of several "weighted" outputs, each of which translates the influence of the particular rules that such an input value entails.

In order to obtain a *definite numerical value* for the controller's output, a *defuzzification procedure* must therefore be selected and implemented by the designer.

There are several possible criteria ruling this selection. Three of them, the most commonly used, are

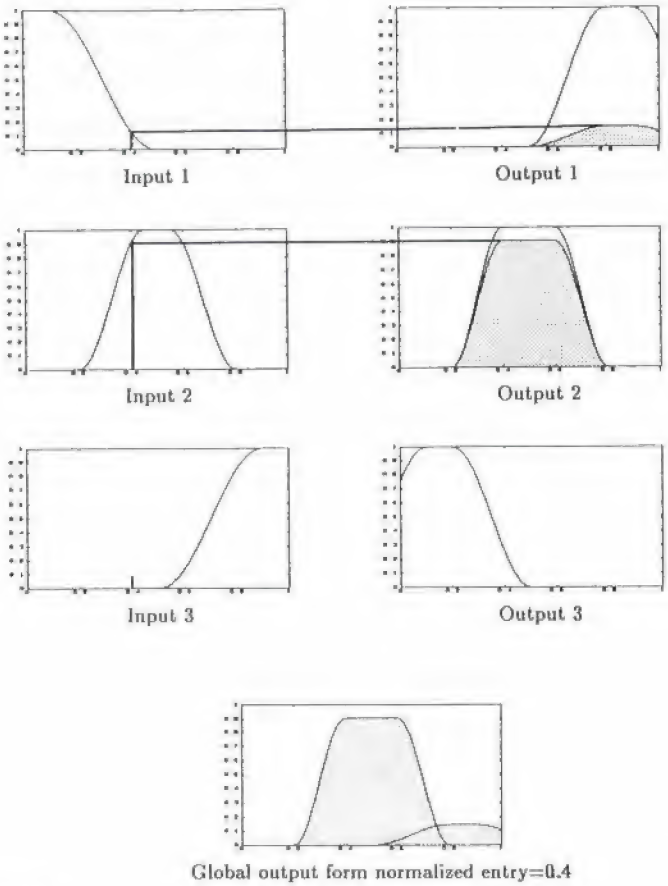


fig. 6

described in the sequel.

3.5.1 Max-procedure

This procedure relies on choosing the output value as being that one for which the membership function attains a maximum. Hence, if y_0 is assumed to be this value and Y (y) represents the global output membership function, then we have

$$MAX\ Y(y) = Y(y_0) \tag{15}$$

Although simple, the method undergoes two severe restrictions. On the one hand, it may beset ambiguities as in the case where more than one element of Y reaches that maximal value. A possible way of overcoming this situation consists in finding their average value (mean-maxima approach) which will futurely work as the desired output value. Hence, for n maximal values y^i

$$y_0 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{y^i}{n} \right) \tag{16}$$

On the other hand, the procedure does not also account for the shape of the output membership functions, an information which, in some situations, may be crucial for the understanding/correction of the further control actions.

3.5.2 Centre of gravity procedure

In this case the value y_0 is determined according to the usual estimating procedure in which the 'center of gravity' of the whole surface which Y(y) encloses must be found. Thus

$$y_0 = \frac{\int_Y y\,Y(y)\,dy}{\int_Y Y(y)\,dy} \tag{17}$$

3.5.3 Indexed centre of gravity procedure

This is a modification of 3.5.2. where a parameter a varying as [0,1] is considered

$$y_0 = \frac{\int_{Y(a)} y\,Y(y)\,dy}{\int_{Y(a)} Y(y)\,dy} \tag{18}$$

The idea which underlies this process is that the threshold level a permits an estimation of y_0 taking into account that elements which have grades of membership lower than a do not need to be considered. In other words, values (regarded as) non-significant can be eliminated from the estimating process.

3.6 Alteration / Correction of the calculated values

Once the defuzzification stage is completed the controller's implementation *may* also be regarded as achieved. Two alternatives can, thenceforth, frame the designer's work: a) or the results already obtained satisfy his/her endeavoured objectives and then no further work is needed, or b) on the contrary (because unsatisfactory), such results require a reappraisal of some of the steps previously performed.

In the latter case, following an approaching strategy that proceeds from the easier to the more difficult alterations which the whole design may undergo, the designer has at his/her disposal several other possiblities which may be briefly sketched as follows.

A) Introduction of slight variations in the parameters of the curves which initially described the selected linguistic attributes.

B) Alteration of these attributes and/or introduction of new ones.

C) Alteration either of the range of the intervals into which the universes of discourse had been divided or of proper universes.

D) Introduction of one (at least) new input variable.
Typically, if the designer has, at the outset, considered one input variable only (usually corresponding to that "error" which is given by the difference between the desired state and the actual values provided by the controller) then a good strategy consists in the further inclusion of an "error variation" working as a second input. Obviously, this will lead to the substitution of (2) by more complex inference rules given by (3), to the specification of its universe of discourse, to the definition of new linguistic values and new membership functions for the error variations, etc.

E) Substitution of the classical operations (union, intersection, direct product, max-min composition, etc.) by more elaborate operations such as those exemplified in the t-norms or t-conorms previously referred to. Different values of the parameters w or λ

there focused must, in these conditions, be also taken into account.

F) Construction of a more elaborate controller where "adaptation" and "learning" have, from the outset, been already included.

Insofar as we know step E) has not yet been the objective of any specific research. On the contrary, step F) is already used in many of the present-day controllers but its underlying theory is outside the scope of this work. About steps A) to D), the most frequently used in the literature of fuzzy controllers, the case-study we present in the sequel is clear enough to provide the reader with a description of the whole design philosophy previously referred to.

4 An Illustrative Example

This case-study treats a real, concrete problem which, presently, is the objective of intensive research: the construction of a fuzzy engine which can control a third order, non-linear system with ill-defined, time-variable, delays. This system consists, broadly speaking, of an electric motor, a gear-box and a load-torque disturbance (represented by an iron-bar). The objective of the control is that the motor holds the bar in some pre-defined equilibrium position.

The whole system may be graphically displayed as in fig.7.

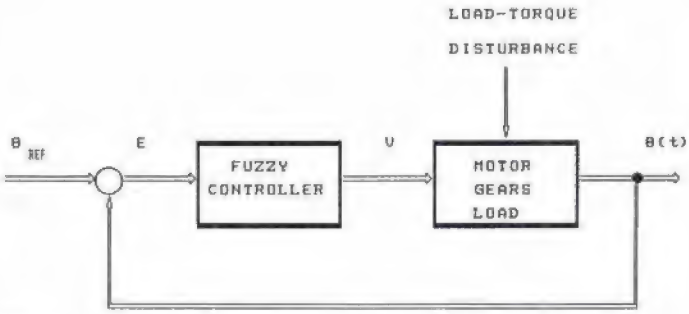


fig. 7

At the outset, the fuzzy controller was regarded as a SISO system (albeit subjected to the load disturbance T_D) where the input variable is an 'error' $E = \Theta(t) - \Theta_{ref}$ and the output (representing the control variable) is the tension V applied to the motor.

In the following considerations, and for the sake of simplicity, the universes of discourse of these variables will already be (assumed as) normalized. Thus, if the value 0 is supposed to be the representative of the desired equilibrium position, then to the limiting boundaries of such universes will correspond normalized intervals $[-1, +1]$.

Two types of fuzzy predicates were, initially, assumed to describe the possible variations of E and V: "Small" (S), "Medium" (M) and "Great" (G) for E and "Decrease" (D), "Null" (N) and "Increase" (I) for V. Their membership functions obey the representation a) of fig.4.

At the outset, the relationships between these predicates (nothing but the interference rules implemented in the fuzzy engine) were supposed to obey the fuzzy propositions

R_1: "IF E = M THEN V = N"
R_2: "IF E = G THEN V = D"
R_3: "IF E = S THEN V = I"

Thus, assuming for the sake of exemplification that the universes of discourse of E and V were discretized in five intervals (*in reality* such universes comprise 1000 intervals), the partial matrix which expresses R_1 would be given by means of the inference operation "★" (which, in this case, corresponds to the t-norm b) of Section 3.3.1)

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.8 \\ 0.1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \star [0 \;\; 0 \;\; 0.2 \;\; 0.8 \;\; 1] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.2 & 0.8 & 1 \\ 0 & 0 & 0.2 & 0.8 & 0.8 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0.1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

and the global input/output relationship R_T (obtained using the usual union) would be numerically described by

$$R_T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.2 & 0.8 & 1 \\ 0 & 0.2 & 0.2 & 0.8 & 0.8 \\ 0.1 & 0.3 & 1 & 0.3 & 0.1 \\ 0.8 & 0.8 & 0.2 & 0.2 & 0 \\ 1 & 0.8 & 0.2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

As a further illustrative point, if we assume that $\Theta = 0.4$ then to this value would correspond a concrete defuzzified value $V = 0.52$. The operations which underly the evaluation of this value are graphically displayed in fig.8, quite similar to those which fig.6 expresses.

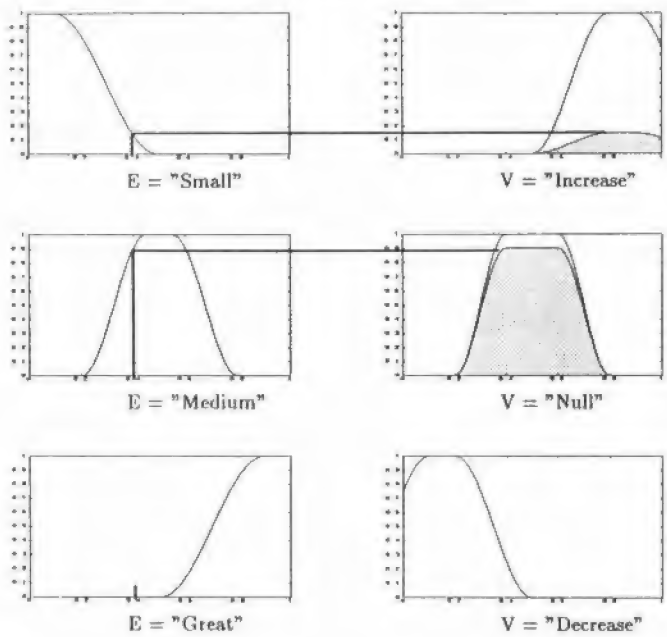


fig. 8

As a final, albeit provisional result, the overall response of the system is that depicted in fig.9.

It can be observed that this response undergoes some severe disadvantages, namely the existence of an undesirable overshoot and, above all, an undesirable steady error (for a disturbance which, in the real case, corresponds to a step whose amplitude is 8 N/m).

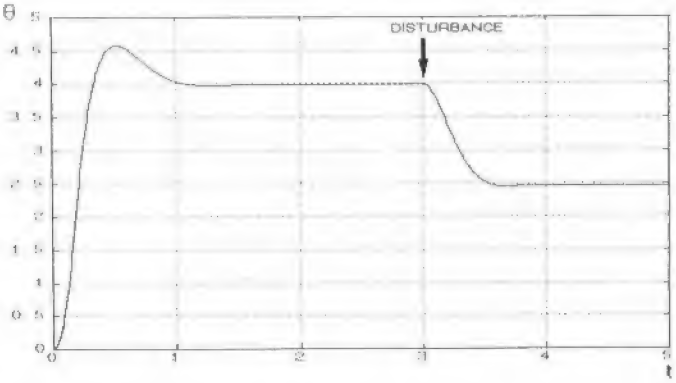


fig. 9

In order to overcome these problems a new design strategy was implemented. The new approach has laid emphasis on two main types of alterations: the inclusion of an aditional input variable (the 'error variation' $DE = \Theta(t+1) - \Theta(t)$) and the introduction of new fuzzy predicates for E and V.

From this prespective E is now described by means of seven fuzzy predicates ("positive", "small positive", "zero positive", "zero", "zero negative", "small negative", "negative") while the predicates for the output V become "increases very very much", "increases very much", increases", "does not act", "decreases", "decreases very much", "decreases very very much". About DE, its predicates correspond to "great positive", "positive", "null", "negative", "great negative".

For the sake of simplicity we shall not present neither the 35 rules which the combination of the predicates leads to nor the calculi they entail. The unique aspect which the reader must, however, bear in mind is that

"IF E = ... AND DE = ... THEN V = ..."

where the "AND" was assumed to correspond to the usual fuzzy intersection.

As a consequence of these alterations the response of the system is now that one depicted in fig.10 where the inconvenients that the former situation encompassed have already been overcome.

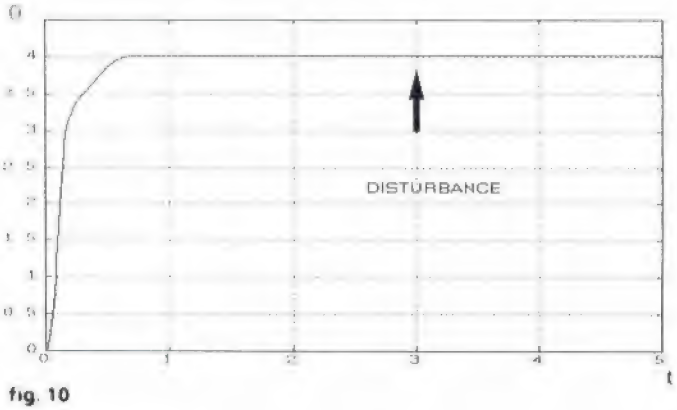


fig. 10

5 Outline

Linguistic control is a recent and unconventional control technique which overcomes a great deal of the traditional problems that classical control is still facing nowadays. In this paper the main stages on which the design of a general linguistic controller is based were briefly examined. No reference was, however, purposively made to the analysis of the statical and dynamical properties of the controller (beseting several indexes which deal, for example, with the completeness of the rules, their possible interaction, their consistency, etc.). Likewise, the robustness and stability of the overall controller are matters which, due to their complexity, require so detailed an approach that they are clearly out of the scope of the present analysis. Despite these restrictions (the examination of which will, none the less, be deferred to further works) the authors believe that the foregoing exposition is able not only of providing a self-content theoretical and pratical tool on which the understanding of a great many deal of papers on fuzzy control becomes thenceforth possible but (more important, perhaps) also of stimulating the reader for the exploitation of a subject which is full of research promises.

As Kaufmann [6] asserts: "*...At the present we are unable to design machines that can compete with humans in the performance of such tasks as recognition of speech, translation of languages, comprehension of meaning, abstraction and generalization, decision-making under uncertainty and, above all, summarization of information. In large measure, our inability to design such machines stems from a fundamental difference between human intelligence, on the one hand, and machine intelligence, on the other. The difference in question lies in the ability of the human brain - an ability which present-day digital computers do not possess - to think and reason in imprecise, non-quantitative, fuzzy terms. It is this ability that makes possible to decipher sloppy hand-writting, understand distorted speech and focus on that information which is relevant to a decision. And it is the lack of this ability that makes even the most sophisticated large scale computers incapable of communicating with humans in natural - rather than artificially - constructed languages.*

....In our quest for precision we have attempted to fit the real world to mathematical models that make no provision for fuzziness. We have tried to describe the laws governing the behaviour of humans, both singly and in groups, in mathematical terms similar to those employed in the analysis of inanimate systems. This, in my view, has been and continue to be, a misdirected effort, comparable to our long-forgotten search for the perpetuum mobile and the philosopher's stone. What we need is a new point of view, a new body of concepts and techniques in which fuzziness is accepted as an all-pervasive reality of human existence. Such concepts and techniques could open many new frontiers in psychology, sociology, political science, philosophy, physiology, economics, linguistics, operations research, management science and other fields, and provide a basis for the design of systems far superior in artificial intelligence to those we can conceive today."

That such hopes soon become realities is, the last but not the least, what the authors expect from the readers of this work.

Acknowledgements

The inception of this work would not have been possible without the long-time influence of Prof. António

Gouvea Portela who, in 1975, had already predicted the potentialities of fuzzy sets and fuzzy logics in many of the areas which, today, are being currently researched. Since then, and thanks essencialy to his efforts, fuzzy sets and linguistic controllers become an integral part of the oficial curriculum of the Department of Mechanical Engineering of the Instituto Superior Técnico. To him, his teaching, help and long vision is, therefore, expressed all our gratitude.

Main References

[1] Dubois, D. and Prade, H. (1980). "*Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*", Academic Press.

[2] Gouvea Portela, A. (1976). "Introdução aos Conjuntos Vagos (I)", *Técnica* 433.

[3] Gouvea Portela, A. (1976). "Introdução aos Conjuntos Vagos (II)", *Técnica* 437.

[4] Gupta, M. and Sanchez, E. (1982). "*Fuzzy Information and Decisition Processes*", North-Holland.

[5] Holmblad, L. and Ostergaard, J. (1982). "Control of a Cement Kiln by Fuzzy Logic", *Fuzzy Information and Decision Processes*, North-Holland.

[6] Kaufmann, A. (1977). "*Introduction to Fuzzy Subsets Theory*", Masson, **I - IV**.

[7] Klir, G. (1987). "Where do we stand on measures of uncertainty, ambiguity, fuzziness and the like?", *Fuzzy Stes and Systems*.

[8] Klir, G. and Folger, T. (1988). "*Fuzzy Sets, Uncertainty and Information*", Prentice-Hall International Editions.

[9] Mamdani, E. H and Assilian, S. (1975). "An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller", *Int. J. Man-Machine Studies* **7**, 1-13

[10] Matsushima, K. and Sugyiama, H. (1985). "*Human Operator's Model in Man-Machine System with a Non-linear Controlled Object*", Industrial Applications of Fuzzy Control, Elsevier Science Publishers.

[11] Medina Martins, P. R. (1988). "Towards Historical Experimentation", *Proceendings of the IX European Congress on Cybernetics and Systems Research*, Wien Austria.

[12] Medina Martins, P. R. (1990). "On the Simulation of Depth Psychical Mechanisms", *Proceedings of the IX European Congress on Cybernetics and Systems Research*, Wien Austria.

[13] Medina Martins, P. R. (1991). "Cybernetics and Possibility Theory: The Limitations of the Classical Paradigm", *Técnica*.

[14] Pedrycz, W. (1989). "*Fuzzy Control and Fuzzy Systems*", John Willey & Sons Inc..

[15] Sakai, Y. and Ohkusa, K. (1985). "*A Fuzzy Controller in Turning Process Automation*", Industrial Applications of Fuzzy Control, Elsevier Science Publishers.

[16] Yasonubu, S. and Miyamoto, S. (1985). "*Automatic Train Operation by Predictive Fuzzy Control*", Industrial Applications of Fuzzy Control, Elsevier Science Publishers.

[17] Zadeh, L. (1965). "Fuzzy Sets", *Information and Control*.

[18] Zadeh, L. (1975). "The Concept of Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning", *Information Sciences*.

[19] Zadeh, L. (1975). "Fuzzy Logic and Approximate Reasoning", *Synthese*.

[20] Zadeh, L. (1982). "Fuzzy Systems Theory: a framework for the analysis of humanistic systems", *Systems Methodology in Social Science Research*.

[21] Zimmerman, H. (1985). "*Fuzzy Sets Theory and its Applications*", Kluwer-Nijhoff.

técnica

Revista de Engenharia ■ Publicação da Associação dos Estudantes do Instituto Superior Técnico

AQUI

PODERIA

ESTAR

UM

ANÚNCIO

SEU

Aplicação de um Modelo Markoviano ao Estudo de Processos Digitais Cicloestacionários

A. Gusmão

Prof. Auxiliar, DEEC, IST

RESUMO

No contexto dos processos digitais cicloestacionários abordados neste artigo, mostra-se que as cadeias de Markov podem ser um instrumento valioso para a modelização dos sinais e o cálculo de espectros de potência.

ABSTRACT

This paper deals with ciclostationary digital processes. In this context, a Markov chain approach is shown to provide a powerful tool for signal modelling and calculation of power spectra.

1 Introdução

Em muitos sistemas de comunicação digital, a informação é transmitida sob a forma de processos aleatórios síncronos. A estacionariedade das sequências de símbolos incorporadas nestes processos - implicando a variação periódica, no tempo, dos respectivos parâmetros estatísticos - permite defini-los como processos cicloestacionários [1]. A aplicação do conceito de cicloestacionariedade é vantajosa para fins de análise espectral e pode desempenhar papel importante na concepção e avaliação de circuitos de sincronismo [2-4].

Com frequência, os processos cicloestacionários usados em comunicação digital podem ser descritos por modelos markovianos. Estes modelos são particularmente úteis na caracterização de modulações "com memória" [5]; uma adequada modelização deste tipo permite, nomeadamente, aliar rigor e eficiência computacional no cálculo de densidades espectrais de potência [5-8].

No presente artigo, abordamos a aplicação de um modelo markoviano ao estudo de processos digitais cicloestacionários: uma caracterização genérica destes processos é o objectivo da Sec. 2; a aplicabilidade do modelo markoviano é discutida na Sec. 3, exemplificando-se na Subsec. 3.2 para um formato de modulação "com memória" de grande generalidade e interessse prático.

2 Processos Digitais Cicloestacionários

2.1 Caracterização genérica

Iremos considerar neste artigo sinais aleatórios associados a sequências de símbolos pertencentes a um alfabeto finito e redutíveis à forma:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} z_n(t - nT_s). \tag{1}$$

Original submetido a publicação em 17 de Setembro de 1991

$$p_i = Prob\{z_n(t) = w_i(t)\} \tag{2a}$$

$$p_{i,k}^{(m)} = Prob\{z_{n+m}(t) = w_k(t) | z_n(t) = w_i(t)\} \quad (m \geq 1) \tag{2b}$$

Todos os possíveis $z_n(t)$ são sinais de energia (admitiremos, ao longo deste artigo, que são funções reais de t), e, para cada n, o "impulso" $z_n(t)$ é seleccionado, no âmbito de um mesmo conjunto de M impulsos possíveis $\{w_1(t), w_2(t), \ldots, w_M(t)\}$ (M finito), de acordo com a sequência de símbolos e uma dada regra de codificação. Admite-se sempre que a sequência de impulsos exibe estacionariedade (no sentido lato), não dependendo de n, por conseguinte, as probabilidades seguintes:

$$m_s(t) = E[s(t)] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} E[z_n(t - nT_s)]$$

$$R_s(t, t+\tau) = E[s(t)\, s(t+\tau)] =$$

$$= \sum_{n_1=-\infty}^{+\infty} \sum_{n_2=-\infty}^{+\infty} E[z_{n_1}(t - n_1 T_s)\, z_{n_2}(t + \tau - n_2 T_s)],$$

É fácil verificar que, nestas condições, os processos são cicloestacionários (no sentido lato), pois a média $m_s(t)$ e a autocorrelação $R_s(t, t+\tau)$, dadas porsão funções periódicas de t (período T_s): qualquer que seja j inteiro, $m_s(t + jT_s) = m_s(t)$ e $R_s(t + jT_s, t + jT_s + \tau) = R_s(t, t+\tau)$.

Invocando (2a) e (3a), temos o sinal periódico

$$m_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \overline{w}(t - nT_s) \tag{4}$$

em que

$$\overline{w} = \sum_{i=1}^{M} p_i\, w_i(t) \tag{5}$$

Este sinal periódico pode ser escrito na forma

$$m_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \exp(j2\pi n t / T_s),$$

sendo

$$c_n = \frac{1}{T_s}\int_{-T_s/2}^{T_s/2}\left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\bar{w}(t-nT_s)\right]exp(-j2\pi nt/T_s)\,dt =$$

$$= \frac{1}{T_s}\int_{-\infty}^{+\infty}\bar{w}(t)\,exp(-j2\pi nt/T_s)dt = \frac{1}{T_s}\,\bar{W}\left(\frac{n}{T_s}\right) \qquad (6)$$

com $W(f) = F[w(t)]$ (F: transformada de Fourier; $c_{-n} = c_n^*$). Naturalmente que, atendendo a (5),

$$\bar{W}(f) = \sum_{i=1}^{M} p_i W_i(f), \quad \text{com } W_i(f) = F[w_i(t)].$$

O sinal $s_c(t) = s(t) - m_s(t)$ pode ser escrito na forma

$$s_c(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} z_n^{(c)}(t - nT_s) \qquad (7)$$

com impulsos $z_n^{(c)}(t)$ seleccionados no âmbito do conjunto $\{w_1^{(c)}(t), w_2^{(c)}(t), ..., w_M^{(c)}(t)\}$, em que $w_j^{(c)}(t) = w_j(t) - w(t)$, $j = 1, 2, ..., M$. Obviamente que são iguais a p_i e $p_{i,k}^{(m)}$ (ver eqs (2)), respectivamente, as probabilidades

$$Prob\,\{z_n^{(c)}(t) = w_i^{(c)}(t)\} \qquad (8a)$$

$$Prob\,\{z_{n+m}^{(c)}(t) = w_k^{(c)}(t) | z_n^{(c)}(t) = w_i^{(c)}(t)\} \quad (m \geq 1) \qquad (8b)$$

Note-se que $s^{(c)}(t)$, tal como $s(t)$, é cicloestacionário de período T_s, e $E[s^{(c)}(t)] = 0$.

2.2 Cálculo de espectros de potência

Sendo $s(t) = m_s(t) + s_c(t)$, a densidade espectral de potência de $s(t)$, $G_s(f)$, apresenta duas parcelas: uma parcela de espectro discreto (espectro "de riscas"), $G_s^{(d)}(f)$, correspondente à componente periódica $m_s(t)$, e outra de espectro contínuo, $G_s^{(c)}(f)$, correspondente à componente $s_c(t)$.

Atendendo a (6), conclui-se facilmente que

$$G_s^{(d)}(f) = \frac{1}{T_s^2}|\bar{W}(f)|^2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta\left(f - \frac{n}{T_s}\right) \qquad (9)$$

Para a determinação do espectro contínuo há que, atendendo à cicloestacionariedade do processo, começar por achar a média em t de $E[s_c(t), s_c(t+\tau)]$, num qualquer intervalo de duração T_s. A transformada de Fourier da função de autocorrelação obtida (ver[9]) é a densidade espectral de potência

$$G_s^{(c)}(f) = \frac{1}{T_s}\sum_{m=-\infty}^{+\infty} E_m(f)\,exp(-j2\pi fmT_s) \qquad (10)$$

em que $E_m(f) = E\{Z_{n+m}^{(c)}(f) Z_n^{(c)*}(f)\}$ ($Z_j^{(c)}(f) = F[z_j^{(c)}(t)]$). A estacionariedade admitida para a sequência de impulsos implica que $E_{-m}(f) = E_m^*(f)$, pelo que

$$G_s^{(c)}(f) = \frac{1}{T_s}E_0(f) + \frac{2}{T_s}Re\left[\sum_{m=1}^{+\infty} E_m(f)\,exp(-j2\pi fmT_s)\right] \qquad (11)$$

O cálculo de $G_s^{(c)}(f)$ é fácil recorrendo às probabilidades p_i e $p_{i,k}(m)$, que permitem obter

$$E_0(f) = \sum_{i=1}^{M} p_i |W_i^{(c)}(f)|^2 \qquad (12a)$$

$$E_m(f) = \sum_{i=1}^{M}\sum_{k=1}^{M} p_i\, p_{i,k}^{(m)}\, W_i^{(c)*}(f)\, W_k^{(c)}(f),\ m \geq 1 \qquad (12b)$$

$$\left(W_j^{(c)}(f) = F\left[w_j^{(c)}(t)\right] = F\left[w_j(t) - \bar{w}(t)\right]\right).$$

Casos particulares de interesse:

a) Na ausência de correlação entre os sucessivos impulsos $z_n(t-nT_s)$ (modulação "sem memória"), podemos dizer que $p_{i,k}^{(m)} = p_k$, necessariamente. Nesse caso temos, para $m \geq 1$,

$$E_m(f) = \sum_{i=1}^{M} p_i W_i^{(c)*}(f) \sum_{k=1}^{M} p_k^{(m)}\, W_k^{(c)}(f) = 0,$$

e portanto o espectro contínuo reduz-se à primeira parcela de (11), com $E_0(f)$ dado por (12a) (Aliás, se houver correlação mas apenas até um dado $m_{máx} > 0$,

torna-se possível substituir $\sum_{m=1}^{+\infty}$ por $\sum_{m=1}^{m_{max}}$ em (11),

por ser nesse caso $E_m(f) = 0$ para $m > m_{máx}$.).

Por outro lado, o espectro contínuo pode também ser apresentado na forma seguinte:

$$G_s^{(c)}(f) = \frac{1}{T_s}\sum_{i=1}^{M} p_i \sum_{k>1}^{M} p_k |W_i^{(c)}(f) - W_k^{(c)}(f)|^2 =$$

$$= \frac{1}{T_s}\sum_{i=1}^{M} p_i \sum_{k>1}^{M} p_k |W_i(f) - W_k(f)|^2 \qquad (13)$$

(ver em [10], a propósito, o cálculo da densidade espectral de potência para PPM digital).

b) Nas situações de "modulação linear", isto é, quando $z_n(t) = a_n w(t)$ e $w_j(t) = a^{(j)} w(t)$, $j = 1, 2, ..., M$ (ou seja: para cada n, a_n é seleccionado no âmbito do conjunto $\{a^{(1)}, a^{(2)}, ..., a^{(M)}\}$), o espectro discreto é

$$G_s^{(d)}(f) = \frac{1}{T_s^2}\cdot(\bar{a})^2 . |W(f)|^2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta\left(f - \frac{n}{T_s}\right) \qquad (14)$$

$$\text{com } \bar{a} = E[a_n] = \sum_{j=1}^{M} p_j a^{(j)}.$$

O espectro contínuo pode ser obtido a partir das eqs (11) e (12), notando que

$$E_0(f) = \sigma_a^2 . |W(f)|^2 \qquad (15a)$$

$$E_m(f) = \left[R_a(m) - (\bar{a})^2\right] . |W(f)|^2,\ m \geq 1 \qquad (15b)$$

$$\text{com } \sigma_a^2 = E[(a_n - \bar{a})^2] = E[a_n^2] - (\bar{a})^2 = \sum_{i=1}^{M} p_i (a^{(i)})^2 - (\bar{a})^2$$

$$\text{e, para } m \geq 1,\ R_a(m) = E[a_n a_{n+m}] = \sum_{i=1}^{M}\sum_{k=1}^{M} p_i\, p_{i,k}^{(m)}\, a^{(i)} a^{(k)}.$$

Repare-se, combinando as relações (10), (14) e (15), que o espectro de potência pode ser escrito na forma bem

conhecida [11]

$$G_s(f) = \frac{1}{T_s}|W(f)|^2 . \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_a(m) \exp(-j2\pi f m T_s) \quad (16)$$

em que $R_a(-m) = E[a_n a_{n-m}] = R_a(m)$ e $R_a(0) = E[a_n^2] = \sigma^2_a + (a)^2$, isto é, o espectro de potência do sinal PAM assente numa dada sequência e num dado impulso elementar é produto de dois factores, um dos quais é o espectro de potência da sequência e o outro depende unicamente do impulso elementar (mais precisamente, da sua densidade espectral de energia).

Note-se ainda que, no caso linear, a ausência de correlação significaria que, para $m \geq 1$, $R_a(m) = (a)^2$ - ou seja, $E_m(f) = 0$ - e portanto

$$G_s(f) = \frac{1}{T_s} \sigma_a^2 |W(f)|^2 \quad (17)$$

3 Aplicação de um Modelo Markoviano

3.1 Características gerais do modelo

O emprego de cadeias de Markov na modelização de processos digitais cicloestacionários tem sido proposto por diversos autores, designadamente nas referências [5-8]. As cadeias de Markov usadas nesta modelização referem-se concretamente a sequências de "estados" associadas aos sinais, e são, de um modo geral, cadeias homogéneas, isto é, as probabilidades das transições de estado para estado são estacionárias [5]. Sendo T_s o período dos processos cicloestacionários, é conveniente definir um modelo markoviano em que estas transições se processam de T_s em T_s; a cada sequência de formas de onda como a genericamente indicada na relação (1) corresponde assim uma sequência de estados de ritmo idêntico, ambas de acordo com a sequência de símbolos incorporada no sinal e com uma dada regra de codificação. Numa modulação "com memória", em que o emprego do modelo markoviano é vantajoso, o estado σ_n atingido no instante de ordem n depende, não só do símbolo ou do grupo de símbolos "correntes", mas também do estado atingido no instante precedente, de ordem n-1: a dependência em relação à história passada do processo faz-se unicamente através de σ_{n-1}. As cadeias de Markov são assim completamente caracterizadas pelas transições, ditas de "primeiro grau", entre o estado num instante e o estado no instante seguinte. Numa cadeia de Markov homogénea com L estados, as probabilidades das transições de grau m

$$P_{i,k}^{(m)} = Prob\{\sigma_{n+m} = k | \sigma_n = i\} \quad (m \geq 1;\ i,k = 1, 2, \ldots, L) \quad (18)$$

podem, para qualquer m, ser obtidas unicamente em função das probabilidades $P_{i,k}^{(1)}$, no seu conjunto apresentáveis na forma de uma "matriz de transições" P com L linhas e L colunas.

Admite-se que, nas aplicações correntes, as cadeias de Markov são "completamente regulares" [5] e assim:

a) o conjunto das probabilidades estacionárias dos diversos estados, Pi (i = 1, 2, ..., L), constitui solução única da equação matricial [P1 P2 ...PL]×P=[P1 P2 ....PL]

(se impusermos $\sum_{i=1}^{L} P_i = 1$ e $P_i \geq 0, i = 1, 2, \ldots, L$).

b) Verifica-se que Pi,k(m) é o elemento da linha i e da coluna k da matriz Pm.

c)

$$\lim_{m\to\infty} P^m = \begin{matrix} P_1 P_2 \ldots P_L \\ P_1 P_2 \ldots P_L \\ \ldots\ldots\ldots \\ P_1 P_2 \ldots P_L \end{matrix} \quad (19)$$

Casos há em que se verifica uma correspondência biunívoca entre estados e formas de onda possíveis [6,7], isto é, L = M e

$$z_n(t) = w_i(t) \leftrightarrow \sigma_n = i \quad (20)$$

Naturalmente que, nestes casos, e atendendo às relações (2) e (20), se tem

$$p_i = P_i \quad (21a)$$

$$p_{i,k}^{(m)} = P_{i,k}^{(m)} \quad (21b)$$

Em [5] e [8] são abordadas situações em que o modelo markoviano não pressupõe correspondência biunívoca entre os estados e as formas de onda. O chamado "código bipolar" é um caso concreto em que é possível definir um modelo markoviano em conformidade com os princípios enunciados mas sem correspondência estados / formas de onda (ver Apêndice A).

3.2 Modelo markoviano com funções-estado

O modelo markoviano com funções-estado é aplicável em muitas situações correntes (ver [7] para um tratamento detalhado e bastante geral). Nestes casos qualquer dos ramos do diagrama de transições de estado é do tipo representado na figura 1, pelo que há

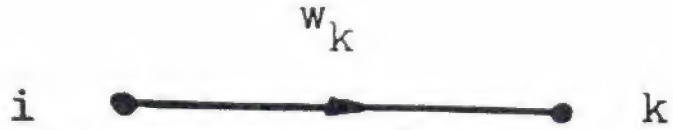


figura 1

correspondência estados/formas de onda e se verificam as relações (21). Isto permite, nomeadamente, um cálculo sistemático das densidades espectrais de potência que concretiza, com simplicidade, o exposto na Sec.2: uma vez obtidas, e organizadas numa matriz p, as probabilidades $p_{i,k}^{(1)}$, podem as probabilidades $p_{i,k}^{(m)}$ (m > 1) ser obtidas directamente através do cálculo de p^m

Em [12] é apresentada uma aplicação do modelo markoviano com funções-estado a sinais "de tipo OQPSK" (de tipo MSK) e outros relacionados com estes (mais precisamente, uma aplicação às respectivas componentes em banda de base). Tira-se aí partido dum formato generalizado para a representação de sinais daquele tipo (ver, a propósito, [13,14] e o Apêndice B):

descrito o sinal de tipo OQPSK sob a forma de um esquema de codificação ENCAP-4^N, o número de funções-estado é de 2^{2N+3}, ocorrendo a ritmo $1/T_s$, com $T_s = 2T$: (T: tempo de duração de um bit). A precisão do método de cálculo de espectros por esta via é, evidentemente, elevada, desde que a precisão do cálculo das 2^{2N+3} transformadas de Fourier $W_i(f)$ também o seja. É possível, todavia, aumentar a eficiência computacional sem afectar a precisão do cálculo, bastando explorar o facto de diferentes sequências de bits corresponderem a funções idênticas ou simétricas. Em [13] mostra-se que a densidade espectral de potência das componentes de um qualquer sinal ENCAP-4^N pode ser calculada na base de um modelo markoviano com 2^{2N+2} funções-estado; e como são simétricas duas a duas, há apenas que calcular $N_0 = 2^{2N+1}$ funções $W_i(f)$ (admite-se a transmissão duma sequência $\{v_n\}$ de símbolos binários estatisticamente independentes, sendo $v_n = +1$ ou -1 com igual probabilidade 1/2). Chega-se à fórmula

$$G_s(f) = G_s^{(c)}(f) = \frac{1}{2N_0 T} \left\{ \sum_{i=1}^{N_0} |W_i(f)|^2 + 2\,Re\left[\sum_{i=1}^{N_0} \sum_{k=1}^{N_0} W_i^*(f) W_k(f) \cdot \sum_{m=1}^{N} \left(p_{i,k}^{(m)} - p_{i,2N_0+1-k}^{(m)} \right) exp(-j4\pi f m T) \right] \right\} \quad (22)$$

As funções $w_i(t)$ ($i = 1, 2, \ldots N_0$) correspondem, para N impar, aos diversos casos particulares de $I_{s,0}(t) + I_{s,1}(t)$, com $v_{-N-1} = 1$. O índice é

$$i = 1 + D_{1,0} + \sum_{n=1}^{2N} 2^n C_{n,0} \quad (23)$$

Para N par, as funções $w_i(t)$ ($i = 1, 2, \ldots N_0$) correspondem aos diversos casos particulares possíveis de $Q_{s,0}(t) + Q_{s,1}(t)$, com $v_{-N} = 1$. O índice é igualmente dado por (23).

Quanto ao cálculo das probabilidades $p_{i,k}^{(m)}$, a principal dificuldade é para $m = 1$, como se depreende do que vimos atrás, pois há que ter em conta a estrutura do sinal, traduzida nas regras de codificação do Apêndice B (que um diagrama de transições de estado poderia ilustrar). Para $m > 1$, basta calcular sucessivas potências da matriz das transiçoes. As probabilidades $p_{i,k}^{(1)}$ podem ser obtidas aplicando as seguintes regras:

a) Seja $N = 2L + 1$, com $L \geq 0$. Quando i for dado por (23), se $C_{N,0} = 0$, então

$$p_{i,k}^{(1)} = \begin{cases} 1/4, \text{ para } k = j + 4D_{1,0} + \sum_{n=1}^{2N-2} 2^{n+2} C_{n,0}, & j = 1,2,3,4 \\ 0, \text{ para os restantes valores de } k, \end{cases} \quad (24)$$

e se $C_{N,0} = 1$, então

$$p_{i,k}^{(1)} = \begin{cases} 1/4, \text{ para } k = 2N_0 + 1 - j - 4D_{1,0} - \sum_{n=1}^{2N-2} 2^{n+2} C_{n,0}, & j = 1,2,3,4 \\ 0, \text{ para os restantes valores de } k, \end{cases} \quad (25)$$

b) Seja $N = 2M$, com $M \geq 1$. Quando i for dado por (23), se $C_{N-1,0} = 0$, então $p_{i,k}^{(1)}$ é dado por (24), e, se $C_{N-1,0} = 1$, então $p_{i,k}^{(1)}$ é dado por (25).

c) Tendo calculado metade dos elementos da matriz das transições, acha-se facilmente a outra metade, com base na relação

$$p_{2N_0+1-i,\,2N_0+1-k}^{(1)} = p_{i,k}^{(1)}; \; i,k = 1,2,\ldots,2N_0 \quad (26)$$

que aliás, arrasta esta outra, para $m > 1$:

$$p_{2N_0+1-i,\,2N_0+1-k}^{(m)} = p_{i,k}^{(m)}; \; i,k = 1,2,\ldots,2N_0 \quad (27)$$

(consultar [13] para detalhes).

Note-se, a terminar, que a modelização usada em [12] tem a vantagem de poder ser usada tanto para as componentes "em fase" e "em quadratura" de um sinal de tipo OQPSK, s(t), como para as componentes dos sinais $s^2(t)$, $s^4(t)$, etc (cadeias de Markov similares, mas com diferentes conjuntos de 2^{2N+3} funções-estados), o que se reveste de bastante interesse na análise dos subsistemas de sincronismo [12,15].

4 Observações Finais

No presente artigo, mostrou-se que a aplicação de cadeias de Markov na modelização de processos digitais cicloestacionários pode ser bastante vantajosa. O modelo markoviano permite, nomeadamente, sistematizar a determinação das probabilidades $p_{i,k}^{(m)}$, associadas às transições entre formas de onda, o que se reveste de muita utilidade para o cálculo rigoroso dos espectros de potência. A bem conhecida fórmula de [6], para o cálculo desses espectros em casos em que o modelo markoviano joga com funções-estado (muitas vezes mal citada, talvez devido a erros tipográficos presentes nesse relatório), é justificada neste artigo com relativa simplicidade, no quadro de uma abordagem bastante geral que, consentindo a aplicação do modelo markoviano, não o pressupõe necessariamente. Neste sentido, a abordagem feita em [7] para esses casos difere da aqui adoptada, algo mais simples e explorando directamente a hipótese de cicloestacionariedade dos processos.

Como exemplo de aplicação das cadeias de Markov, é indicado um método prático para obtenção dos espectros de potência de uma vasta classe de sinais "de tipo OQPSK" [14], incluindo muitos de utilização corrente (modulações MSK, GMSK, TFM, IJF-OQPSK, etc.).

Apêndice A

Código bipolar

Suporemos aqui que os símbolos da sequência da entrada são independentes e que Prob(1) = Prob(0) = 1/2. Aos símbolos 1 correspondem alternadamente os impulsos $w_1(t)$ e $w_2(t)$, e aos símbolos 0 correspondem sempre impulsos $w_3(t)$, com

$$w_1(t) = w(t) \quad (A.1a)$$

$$w_2(t) = -w(t) \quad (A.1b)$$

$$w_3(t) = 0 \quad (A.1c)$$

podendo o impulso elementar w(t) ser o impulso

rectangular padrão, com duração T_s, mas não necessariamente. Para este código de linha, a memória introduzida no processo traduz-se num modelo markoviano (cadeia homogénea e completamente regular) com L=2 estados e o diagrama de transições representado na Fig A.1.

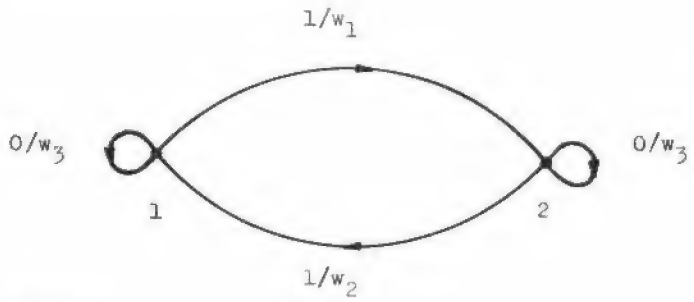


figura A.1

Atendendo à figura, e de acordo com o exposto na Sec. 3.1, verifica-se que, neste caso, a matriz de transições tem os quatro elementos todos iguais a 1/2 (note-se que $P_{1,1}^{(1)}=P_{2,2}^{(1)}=\text{Prob}(0)$ e $P_{1,2}^{(1)}=P_{2,1}^{(1)}=\text{Prob}(1)$), pelo que, também para $m>1$, $P_{i,j}^{(m)}=1/2$ (i,j= 1 ou 2), e ainda $P_1=P_2=1/2$.

Atendendo à figura A.1, as probabilidades $p_{i,k}^{(m)}$ (i,k=1, 2 ou 3) das transições entre as formas de onda $w_1(t)$, $w_2(t)$ e $w_3(t)$ podem agrupar-se em matrizes que de alguma forma se relacionam com as matrizes P^m (Por exemplo: $p_{1,1}^{(1)}=0$, $p_{2,1}^{(1)}=P_{1,2}^{(1)}$, $p_{3,1}^{(1)}=P_1P_{1,2}^{(1)}$, etc.; e, para $m>0$, $p_{1,1}^{(m+1)}=P_{2,1}^{(m)}P_{1,2}^{(1)}$, $p_{2,1}^{(m+1)}=P_{1,1}^{(m)}P_{1,2}^{(1)}$, $p_{3,1}^{(m+1)}=P_1P_{1,1}^{(m)}P_{1,2}^{(1)}+P_2P_{2,1}^{(m)}P_{1,2}^{(1)}$, etc.). Então,

$$[p_{i,k}^{(1)}]=\begin{matrix}0 & 1/2 & 1/2\\ 1/2 & 0 & 1/2\\ 1/4 & 1/4 & 1/2\end{matrix} \qquad \text{(A.2)}$$

e, para $m>0$,

$$[p_{i,k}^{(m+1)}]=\begin{matrix}1/4 & 1/4 & 1/2\\ 1/4 & 1/4 & 1/2\\ 1/4 & 1/4 & 1/2\end{matrix} \qquad \text{(A.3)}$$

sendo ainda notório que $p_1=1/4$, $p_2=1/4$ e $p_3=1/2$. (Note-se que $[p_{i,k}^{(m)}]\neq[p_{i,k}]^m$: a cadeia de Markov refere-se aos dois estados (1 e 2), e não às três formas de onda).

Obtidas as probabilidades p_i e $p_{i,k}^{(m)}$, torna-se fácil o cálculo do espectro de potência com o método geral descrito na Sec.2, particularizado para a situação de linearidade. Neste caso, em que $a^{(1)}=1$, $a^{(2)}=-1$ e $a^{(3)}=0$, temos

$$\bar{a}=0 \qquad \text{(A.4a)}$$

$$R_a(0)=\sigma_a^2=1/2 \qquad \text{(A.4b)}$$

$$-1/4\ ,\ m=1 \qquad \text{(A.4c))}$$

$$R_a(m)=\sum_{i=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}p_i p_{i,k}^{(m)}a^{(i)}a^{(k)}=$$

$$0\quad ,\ m>1 \qquad \text{(A.4d)}$$

O facto de termos a=0 implica a ausência de espectro discreto, sendo o espectro contínuo obtido combinando as relações (16) e (A.4):

$$G_s^{(c)}(f)=G_s(f)=\frac{1}{2T_s}\left[1-\cos(2\pi fT_s)\right]|W(f)|^2 \qquad \text{(A.5)}$$

Apêndice B

Os sinais do tipo OPSK podem ser descritos na forma

$$s(t)=\left\{\left[I_s(t)+jQ_s(t)\right]exp\left(j2\pi f_0t+\theta_0\right)\right\}$$

em que

$$I_s(t)=\sum_m I_{s,m}(t) \qquad \text{e} \qquad Q_s(t)=\sum^m Q_{s,m}(t)$$

sendo as funções $I_{s,m}(t)$ e $Q_{s,m}(t)$ nulas fora do intervalo [mT,(m+1)T]. De acordo com as regras de codificação ENCAP-4N [13]:

$$I_{s,2n}(t)=v_{2n-N-1}y_j(t-2nT);$$

$$Q_{s,2n}(t)=v_{2n-N}y_k[(2n+1)T-t];$$

$$I_{s,2n+1}(t)=v_{2n-N+1}y_l[(2n+2)T-t];$$

$$Q_{s,2n+1}(t)=v_{2n-N}y_m[t-(2n+1)T].$$

Os índices das funções y são obtidos, com base na sequência $\{v_n\}$, da seguinte forma:

$$j=\sum_{p=1}^{2N}2^{p-1}C_{p,n} \qquad \text{(B.1a)}$$

$$k=\sum_{p=1}^{2N}2^{2N-p}C_{p,n} \qquad \text{(B.1b)}$$

$$l=\sum_{p=1}^{2N}2^{2N-p}D_{p,n} \qquad \text{(B.1c)}$$

$$m=\sum_{p=1}^{2N}2^{p-1}D_{p,n} \qquad \text{(B.1d)}$$

com

$$C_{p,n}=V_{2n-p-1}\oplus V_{2n-p+1} \qquad \text{(B.2a)}$$

$$D_{p,n}=V_{2n-p}\oplus V_{2n-p+2} \qquad (p=1,2,\ldots,2N) \qquad \text{(B.2b)}$$

($V_j=1$ ou 0 consoante $v_j=+1$ ou -1; $\oplus$ significa "adição módulo 2")

Referências

[1] Gardner, W. e Franks, L. (1975). Characterization of Cyclostationary Random Signal Processes, *IEEE Trans.*, IT-21.

[2] Franks, L.(1980). Carrier and Bit Synchronization in Data Communication - A Tutorial Review, *IEEE Trans.*, COM-28.

[3] Moeneclaey, M. (1982). Linear Phase-Locked Loop Theory for Cyclostationary Input Disturbances, *IEEE Trans.*, COM-30.

[4] Gardner, W. (1987). Rice's Representation for Ciclostationary Processes, *IEEE Trans.*, COM- 35.

[5] Benedetto, S. et al. (1987). *Digital Transmission Theory*, Prentice-Hall, Cap.2.

[6] Titsworth, R. e Welch, L. (1961). *Power Spectra of Signals Modulated by Random and Pseudo-Random Sequences*, Tech. Rep., Jet Prop. Lab., CA.

[7] Galko, P. e Pasupathy, S. (1981). The Mean Power Spectral Density of Markov Chain Driven Signals, *IEEE Trans.*, IT-27.

[8] Cariolaro, G. e Tronca, G. (1974). Spectra of Block Coded Digital Signals, *IEEE Trans.*, COM-22.

[9] Franks, L. (1969), *Signal Theory*, Prentice-Hall.

[10] Cartaxo, A. e Albuquerque, A. (1991). Influence of the Guard Interval on the M-DPPM Spectrum, *MELECOM'91*, Ljubljana, Jugoslávia.

[11] Carlson, A. (1986). *Communication Systems*, Mc Graw-Hill.

[12] Gonçalves, V., Gusmão, A. e Esteves, N. (1991). Spectral Analysis of OQPSK-Type and Related Signals, a apresentar na *Int. Conf. on Computer and Communications*, Pequim, China.

[13] Gusmão, A. (1987). *Técnicas de Modulação e Detecção para a Comunicação Digital Via Rádio*, Tese de Doutoramento, Lisboa.

[14] Gusmão, A. e Esteves, N. (1990). Generalized ENCAP-4N Digital Modulation Technique, *IEE Proc.*, Pt. I.

[15] Gusmão, A. , Gonçalves, V. e Esteves, N. (1991). A New Approach to the Analysis of OQPSK-Type Receiver Synchronization, *Int. Symp. on Comm. Theory and Applications*, Crieff, Escócia.

Aplicações da Bomba de Calor aos Edifícios

Ana Maria Silva

Departamento de Física, Universidade de Évora

RESUMO

Quando os sistemas passivos de condicionamento ambiental se revelam insuficientes na obtenção do conforto térmico dos edifícios, ou quando o nível e tipo de consumos de energia nos edifícios exigem o recurso a equipamentos energéticos cuja eficiência de conversão da energia primária é normalmente próxima dos 35%, a bomba de calor poderá constituir, em certas condições, uma tecnologia alternativa no uso da energia. Com efeito a bomba de calor é um sistema que permite aumentar a eficiência do uso da energia sempre que se pretende dispôr de calor a baixa ou média temperatura e sempre que a sua eficiência (COP) exceda o valor 3. A sua economicidade é particularmente relevante nas situações em que se requerem refrigeração e aquecimento simultâneos. Estes sistemas têm pois amplo âmbito de aplicação nos edifícios, muito particularmente nos sectores não domésticos, onde é grande o nível e a diversidade de consumos de energia pelos vários tipos de utilização.

Com este trabalho pretende-se ilustrar a aplicação da bomba de calor aos edifícios no que respeita a desempenhar com vantagem algumas funções, designadamente: recuperação do calor degradado, produção combinada de frio e calor e recuperação do calor evacuado de uma piscina.

ABSTRACT

The heat pump becomes an alternative technology in the use of energy in buildings whenever passive technologies of environmental conditioning are not enough to satisfy thermal comfort or the energy demand requires the use of conventional equipment converting primary energy with an efficiency of only 35%. Heat pumps offer considerable scope for improving the efficiency of energy use wherever heat is required at low temperature (below 100°C) and the thermodynamic efficiency (COP) of the heat pump exceeds the value 3.

Their application is viable in buildings, particularly in the non domestic sector, where a variety of simultaneous energy uses is needed. Its economic advantage can become particularly important in the combined heating and cooling functions.

The analysis of some heat pump functions in building is developed in this paper, namely the recovery of rejected heat, the combined cooling and heating and the combined heating and dehumidification effects.

1 Introdução

Os consumos de energia nos edifícios representam entre nós apenas cerca de 20% do consumo energético nacional, devido à amenidade do clima por um lado e ao baixo nível de conforto térmico por outro, que genericamente e tradicionalmente caracteriza os edifícios em Portugal. O aumento dos custos de energia primária, as crises energéticas, a existência de uma forte taxa de crescimento dos consumos nos edifícios, resultante da crescente exigência de conforto por parte da população, de deficientes projectos dos edifícios do ponto de vista energético, de sobredimensionamento e/ou inadequação dos equipamentos e da deficiente regulação e controlo dos sistemas, conduziram a uma nova filosofia que é vulgarmente designada por Utilização Racional de Energia.

O condicionamento passivo dos edifícios e a utilização da bomba de calor constituem exemplos de alguns métodos de utilização da energia que se enquadram nesta filosofia. Este último exemplo poderá ser encarado quando haja situações que não permitam dispensar sistemas energéticos para conferir aos espaços as condições de conforto ou quando haja outros tipos de utilização em que se pretenda dispôr do calor a baixa ou média temperatura. Neste trabalho, pretende-se explorar as potencialidades da bomba de calor no que se refere à sua aplicação aos edifícios. São analisados alguns exemplos de funções que a bomba de calor pode desempenhar, com vantagem, num edifício.

2 Consumos de Energia num Edifício por Tipo de Utilização

2.1 Sector doméstico

Como se distribuem nos edifícios os consumos de energia pelos vários tipos de utilização?

Segundo um trabalho recentemente publicado pela Direcção Geral de Energia a distribuição percentual dos consumos de energia final[1] no sector doméstico pelos vários tipos de utilização, correspondente ao período de 12 meses anteriores a Junho de 1988, foram:

Original submetido para publicação em 2 de Outubro de 1991

1 Energia final - energia disponível no local de utilização sob a forma utilizável. Ex: electricidade nas tomadas, gasóleo nas caldeiras, gás na cozinha, água quente no termo-acumulador, etc.

Água quente sanitária e cozinha	78%
Electricidade específica[2]	12%
Aquecimento ambiente	10%

As formas de energia mais consumidas para o aquecimento ambiente são a electricidade e a lenha e as mais utilizadas para a água quente sanitária e cozinha são o gás em garrafa e /ou canalizado e a lenha. Todavia, é razoável admitir, que face à crescente exigência de conforto nos edifícios, cresça o nível e se altere a curto prazo esta distribuição de consumos e que até surjam novos tipos de consumo (p. ex. arrefecimento ambiental).

Uma estimativa das necessidades de energia para uma habitação do tipo T4, com inércia moderada, ocupada por agregado familiar de 4 pessoas, aponta para a seguinte distribuição percentual de consumos médios anuais de energia útil [3].

Aquecimento ambiente	37%
Arrefecimento ambiente	31%
Água quente sanitária e de cozinha	23%
Electricidade específica	9%

Nestes cálculos consideraram-se os seguintes parâmetros de referência:

Aquecimento ambiente	
Temperatura interior do projecto	20°C
Temperatura exterior do projecto	6°C
Duração do período de utilização	900 h/ano
Potência correspondente à ponta de carga térmica	70 W/m^2
Arrefecimento ambiente	
Temperatura interior do projecto	24°C
Temperatura exterior do projecto	32°C
Duração do período de utilização	540 h/ano
Potência correspondente à ponta de carga térmica	100 W/m^2
Água quente sanitária e de cozinha	
Consumo de água	200 l/dia
Temperatura da água quente	45°C
Temperatura da água da rede	10°C
Duração do período de utilização	365 dias/ano

2.2 Sectores residenciais não domésticos

Para estes sectores a distribuição dos consumos é muito variável devido à sua heterogeneidade no que se refere às funções e serviços a satisfazer.

Neles se incluem os hóteis, escolas, escritórios, hospitais, pavilhões gimnodesportivos, entre outros. Todavia será razoável admitir que o consumo de energia para a climatização ambiental (aquecimento/ arrefecimento) deverá ser o que mais peso relativo tem no consumo total de energia nestes sectores.

Deverão ainda figurar nestes sectores novos tipos de consumo que não têm expressão no sector doméstico, tais como:

- Renovação do ar em edifícios com taxas de ocupação muito elevada ou com exigências específicas de qualidade do ar;
- Desumidificação de ambiente com taxas elevadas de produção de vapor;
- Produção combinada de frio e calor.

Face à grande diversidade de consumos e à exigência cada vez maior de conforto nos edifícios sem dispêndio excessivo de energia, que soluções técnicas alternativas se oferecem?

- Recurso a fontes energéticas gratuitas: solar, calor ambiente, calor residual de eventuais efluentes térmicos;
- Melhoria dos equipamentos energéticos convencionais (caldeiras, ar condicionado, painéis radiantes, permutadores de calor) quer através da sua melhor utilização quer da sua eventual substituição por outros mais eficientes;
- Introdução de tecnologias inovadoras no uso da energia: por ex. a BOMBA DE CALOR.

3 Funções da Bomba de Calor num Edifício

A BOMBA DE CALOR oferece a oportunidade de aumentar a eficiência do uso da energia, sempre que se pretenda dispôr de calor a temperaturas inferiores a 100°C, o que tem amplo âmbito de aplicação nos edifícios tanto no sector doméstico como nos sectores não domésticos.

Com efeito, o aquecimento ambiente e a produção de águas quentes sanitárias e de cozinha são alguns exemplos de consumos que utilizam calor a temperaturas inferiores a 100°C e que poderão ser satisfeitos com uma BOMBA DE CALOR.

Dado que a BOMBA DE CALOR pode ser reversível ela pode igualmente ser utilizada para produzir frio, isto é assegurar o arrefecimento ambiental. Por outro lado, porque a BOMBA DE CALOR é um dispositivo que extrai calor de uma fonte de calor (ar ou água) a mais baixa temperatura para outra a temperatura mais elevada e a sua eficiência (*COP*) aumenta se o desnível de temperatura a vencer fôr reduzido, ela está particularmente indicada para recuperar e reciclar calor. O calor rejeitado nas águas quentes sanitárias e de cozinha, já utilizadas, e no ar viciado rejeitado (para renovação de ar em edifícios com grandes taxas de ocupação ou exigências específicas de qualidade de ar); o calor libertado no condensador de grandes unidades de produção de frio; o calor latente resultante da condensação do vapor de água contido no ar extraído de piscinas ou cozinhas em instalações hoteleiras, constituem, entre outras, potenciais fontes de calor que poderá ser recuperado e reutilizado com o auxílio de uma BOMBA DE CALOR. Assim a BOMBA DE CALOR pode, com vantagem, desempenhar as seguintes funções num edifício:

- Aquecimento do ambiente e de água sanitária

2 Electricidade específica - energia eléctrica consumida em equipamentos especificamente eléctricos (Ex: ferro de engomar, aspirador, máquina de lavar, frigorífico, etc.) para os quais já não são utilizados equipamentos alternativos consumindo outra forma de energia.

3 Energia útil - energia efectivamente utilizada para satisfazer uma dada necessidade e que resulta do processo de conversão final. Ex: água quente utilizada, calor consumido no fogão, calor para conforto ambiente, etc.

- Condicionamento do ar (aquecimento e/ou refrigeração do ar ambiente)
- Recuperação e reciclagem de calor degradado
- Produção combinada de calor e frio
- Produção combinada de calor e desumidificação

As duas últimas aplicações da bomba de calor destinam-se quase exclusivamente aos sectores não doméstico; a opção de utilizar a bomba nos edifícios deve assentar num estudo dos:

- consumos de energia pelos diversos tipos de utilização - valores e regimes;
- cargas térmicas de aquecimento e de refrigeração para as temperaturas de utilização desejadas;
- identificação das fontes de calor acessíveis ao edifício - respectivos débitos e níveis de temperatura.

A viabilidade da BOMBA DE CALOR aumenta com:

- Multiplicidade de funções que desempenhe
- Duração de funcionamento, ou seja, taxa de utilização
- Desnível de temperatura entre as duas fontes de calor

4 Aplicações

4.1 Recuperação de calor rejeitado no edifício para aquecimento (ambiente e/ou águas sanitárias)

Suponhamos que são conhecidas as necessidades de energia para o aquecimento ambiente e a produção de águas quentes sanitárias e de cozinha. Seja Q_t esse valor. Uma fracção X desta energia é normalmente rejeitada, quer através das águas quentes sanitária e de cozinha já utilizadas, quer através do ar viciado extraído do edifício. Pretende-se satisfazer as necessidades totais de aquecimento com uma BOMBA DE CALOR que recupere o calor rejeitado.

Seja T_q a temperatura (ar ou água) que se pretende dispôr no interior do edifício para satisfazer as necessidades de aquecimento; T_r a temperatura a que o calor é rejeitado do edifício e T_a a temperatura da fonte de calor ambiente (ar ou água) exterior ao edifício. Normalmente tem-se $T_q > T_r > T_a$. Seja COP_a a eficiência de uma bomba de calor que extraisse calor do ambiente exterior à temperatura T_a para produzir calor útil à temperatura T_q e COP_r a eficiência de uma bomba de calor que produzisse calor à temperatura T_q requerida a partir do calor rejeitado do edifício à temperatura T_r, podendo os seus valores serem estimados respectivamente através das seguintes fórmulas:

$$COP_a = 0.5\,\frac{T_q + 278}{(T_q - T_a) + 5} \qquad COP_r = 0.5\,\frac{T_q + 278}{(T_q - T_r) + 5}$$

Note-se que $COP_r > COP_a$ pois o desnível de temperaturas a vencer pela BOMBA DE CALOR na recuperação de calor é menor. A eficiência total COP_t de uma bomba de calor que satisfaça integralmente as necessidades de calor e recupere o calor rejeitado $Q_r = XQ_t$ poderá ser calculado através da seguinte relação [4]:

$$\frac{Q_t}{COP_t} = \frac{XQ_t}{COP_r} + \frac{(1-X)\,Q_t}{COP_a} \qquad (1)$$

ou seja

$$COP_t = 0.5\,\frac{T_q + 278}{(T_q - T_a) + 5 - X\,(T_r - T_a)} \qquad (1a)$$

No caso de não haver recuperação do calor rejeitado $(X=0)$, a eficiência deste sistema coincide com a eficiência de uma BOMBA DE CALOR que apenas extrai calor do ambiente exterior à temperatura T_a e tem-se, então $COP_t = COP_a$; na situação em que se recupere o calor rejeitado do edifício $(X>0)$ a eficiência total do sistema é sempre superior, i.e. $COP_t > COP_a$.

A expressão anterior está visualizada na fig.1, onde se representa a variação da eficiência total da BOMBA DE CALOR COP_t com a fracção do calor recuperado X, para várias temperaturas do ambiente T_a e do calor rejeitado T_r, e para uma temperatura de utilização fixada em $T_q = 50°C$.

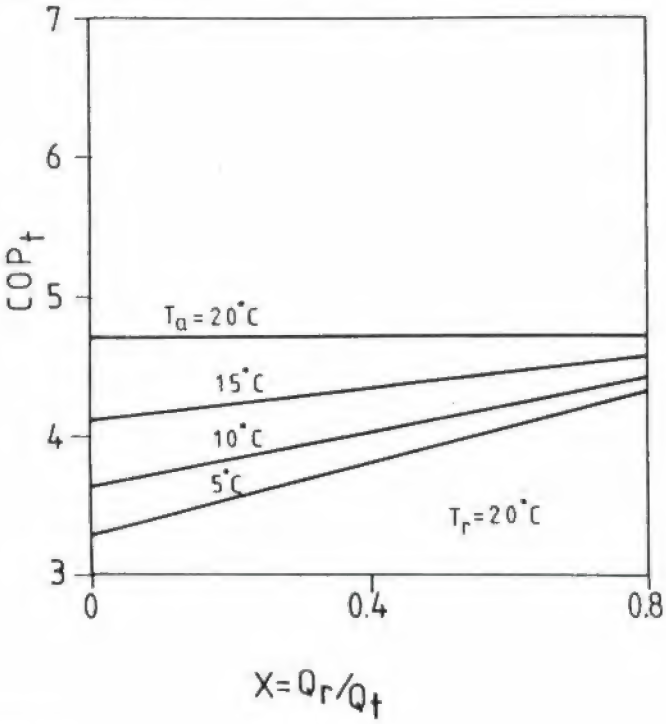


figura 1a

Qual o efeito produzido pelo aumento da eficiência da BOMBA DE CALOR com recuperação de calor nos custos de exploração deste sistema?

Da figura 1 ressalta o facto da eficiência da BOMBA DE CALOR aumentar quer com a fracção de calor recuperado quer com a temperatura do calor rejeitado. A um aumento da eficiência corresponde, para a mesma quantidade de calor produzida, um menor consumo de energia eléctrica e, consequentemente, uma redução nos custos de exploração. Ora o consumo de energia eléctrica exigido pela bomba de calor é dado por:

[4] Ver apêndice I

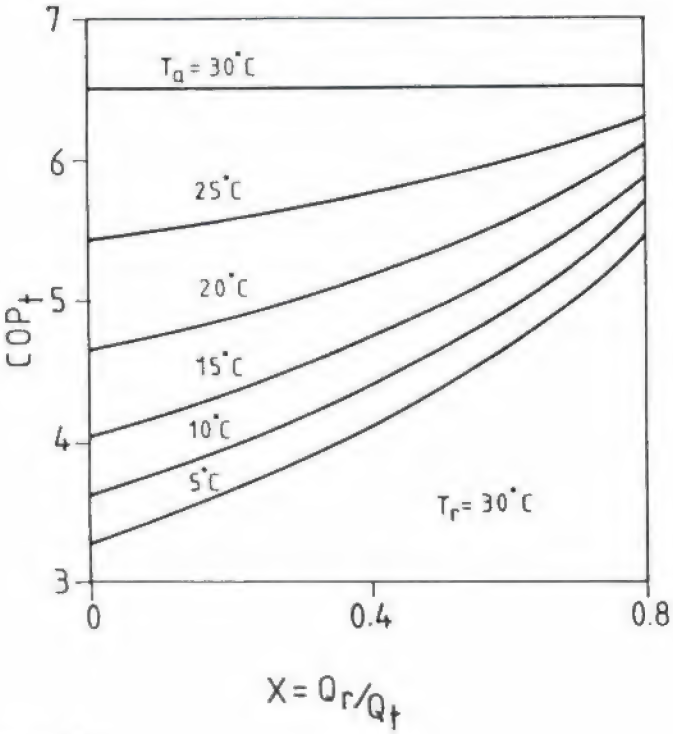


figura 1b

$$W_e = \frac{Q_{cal}}{COP_a} \quad (2)$$

(sendo Q_{cal} o calor útil libertado no condensador); e o consumo de energia primária exigido por um sistema térmico convencional equivalente é dado por:

$$W_c = \frac{Q_{cal}}{\eta_t} \quad (3)$$

(sendo Q_{cal} o calor útil produzido pela caldeira e η_t a eficiência térmica desta). Por outro lado, a poupança nos custos de exploração obtida com uma BOMBA DE CALOR, relativamente ao sistema convencional, é calculada do seguinte modo[5]:

$$D(\%) = \left(\frac{COP_a - \theta}{COP_a}\right) \times 100 = \left(1 - 2\theta \frac{(T_q - T_a) + 5}{T_q + 278}\right) \times 100 \quad (4)$$

em que θ representa a razão entre o custo do kWh eléctrico C_e e o custo do kWh térmico C_c [6]. No caso presente, a poupança obtida com a BOMBA DE CALOR, com recuperação de calor rejeitado, relativamente a sistemas convencionais, resulta ser:

$$D_t(\%) = \left(1 - 2\theta \frac{(T_q - T_a) + 5 - X(T_r - T_a)}{T_q + 278}\right) \times 100 \quad (5)$$

Como se pode ver, a poupança conseguida neste caso (D_t) é superior à poupança já conseguida com uma bomba de calor sem recuperação de calor rejeitado (D). Esta diferença é tanto maior quanto maior fôr a fracção de calor recuperado X e quanto maior fôr o desnível entre a temperatura do calor rejeitado e a temperatura ambiente $(T_r - T_a)$.

A título de exemplo considerem-se as seguintes hipóteses de trabalho:

Para satisfação das exigências totais de aquecimento ambiente e de produção de água quente sanitária será necessário dispôr de uma quantidade de calor Q_t à temperatura de 50°C; admita-se que cerca de 20% do calor rejeitado para o exterior, quer através das águas quentes já utilizadas quer do ar viciado extraído do interior do edifício, é recuperado à temperatura de 30°C; considere-se que a temperatura exterior é de cerca de 10°C.

Para satisfazer as necessidades totais de aquecimento vamos considerar três soluções possíveis e confrontar os custos de exploração correspondentes:

A - Bomba de calor sem recuperação de calor
B - Bomba de calor com recuperação de calor
C - Caldeira a gás

No caso da BOMBA DE CALOR sem recuperação $(X=0)$, o custo total de exploração vem dado por:

$$C_t = C_e \times Q_t / 3.64 \quad (6a)$$

e no caso da BOMBA DE CALOR com recuperação $(X=0.20)$, seria:

$$C_t = C_e \times Q_t / 3.99 \quad (6b)$$

No caso de se utilizar a caldeira a gás (por exemplo com eficiência 0.85) e admitindo que o custo total do kWh térmico C_c vale, no caso do gás a granel, cerca de 4$60, ou seja cerca de 30,6% do custo do kWh eléctrico, que admitimos ser 15$00, o encargo envolvido para a satisfação das necessidades de produção de calor vem dado por:

$$C_t = C_e \times Q_t / 3.26 \quad (7)$$

Face aos valores apresentados é visível que:

Com a BOMBA DE CALOR SEM recuperação de calor consegue-se uma poupança no custo de exploração de 10.4%, relativamente à caldeira a gás, e com recuperação de calor rejeitado uma poupança de 18.4%.

Conclusão

Os custos de exploração são reduzidos substancialmente com a BOMBA DE CALOR, em particular se esta reutilizar o calor que é rejeitado do edifício.

4.2 Produção combinada de frio e calor

A produção combinada é uma das aplicações mais interessantes das BOMBAS DE CALOR nos edifícios, em particular nos sectores residenciais não domésticos.

Considerem-se as situações em que se pretende assegurar simultâneamente a refrigeração de uma zona de um edifício ou a produção de frio numa unidade de congelação e dispôr de água quente sanitária ou de energia térmica para o aquecimento de uma zona do edifício. Seja Q_{ref} a potência térmica exigida para satisfação das necessidades de frio (isto é, a potência térmica extraída do espaço refrigerado) e Q_{cal} a potência térmica exigida para satisfação das necessidades de

5 Ver apêndice 2

6 O custo do kWh térmico C_c é dado por : (Preço de 1 kg de combustível)/(Poder calorífico do combustível × eficiência térmica da caldeira)

aquecimento; ou seja, supõe-se conhecida a configuração da carga térmica do edifício Q_{ref}/Q_{cal}. Seja T_{ref} a temperatura a que se pretende a refrigeração; T_q a temperatura a que se pretende dispôr o fluido (água ou ar) de aquecimento; T_i a temperatura inicial do fluido que se pretende aquecer.

Pretende-se satisfazer as necessidades de refrigeração com uma BOMBA DE CALOR e recuperar simultâneamente o calor libertado no seu condensador para assegurar, parcial ou integralmente, as necessidades de aquecimento.

Supondo a BOMBA DE CALOR a funcionar como um sistema dimensionado para garantir as necessidades de frio, qual a fracção da potência calorífica (exigida pelas necessidades totais de aquecimento) satisfeita, em função da configuração da carga térmica Q_{ref}/Q_{cal} do edifício?

Qual o efeito do aumento da fracção da potência calorífica satisfeita pela BOMBA DE CALOR sobre a sua eficiência?

No que se segue supor-se-á que o calor libertado no condensador da BOMBA DE CALOR, normalmente quantitativamente inferior ao calor útil necessário, será utilizado no pré-aquecimento do fluido; nestas condições a temperatura do condensador é a mais baixa possível, o que optimizará a eficiência da BOMBA DE CALOR.

A eficiência total COP_c da BOMBA DE CALOR na produção combinada de frio e calor é dada por:

$$COP_c = COP_c(R) + COP_c(A) \tag{8}$$

e as eficiências de refrigeração $COP_c(R)$ e calorífica $COP_c(A)$ do sistema combinado são dados por:

$$COP_c(R) = 0.5\,\frac{T_{ref} + 278}{(T'_q - T_{ref}) + 5} \tag{9}$$

$$COP_c(A) = 0.5\,\frac{T'_q + 278}{(T'_q - T_{ref}) + 5} \tag{10}$$

em que T'_q é a temperatura a que é libertado o calor no condensador da BOMBA DE CALOR - temperatura de pré-aquecimento - normalmente inferior à temperatura requerida T_q. A fracção da potência calorífica satisfeita pelo sistema pode ser calculada do seguinte modo[7]:

$$X = \frac{Q'_{cal}}{Q_{cal}} = \frac{Q_{ref}}{Q_{cal}}\left(\frac{288 - T_{ref} + 2T_i}{T_{ref} + 278 - 2\,\frac{Q_{ref}}{Q_{cal}}(T_q - T_i)}\right) \tag{11}$$

em que Q'_{cal} é a potência calorífica libertada no condensador da BOMBA DE CALOR - calor de pré-aquecimento e Q_{ref} é a potência de refrigeração exigida.

Por outro lado, a fracção da potência fornecida é, também, dada por:

$$X = \frac{T'_q - T_i}{T_q - T_i} \tag{12}$$

7 Ver apêndice 3

A título de exemplo considerem-se as seguintes temperaturas de referência num edifício em que se pretende assegurar o arrefecimento do ambiente e produzir água quente sanitária:

Temperatura inicial da água de rede (T_i)	10°C
Temperatura da água sanitária (T_q)	50°C
Temperatura de refrigeração (T_{ref})	7°C

e represente-se na fig.2 a fracção da potência calorífica

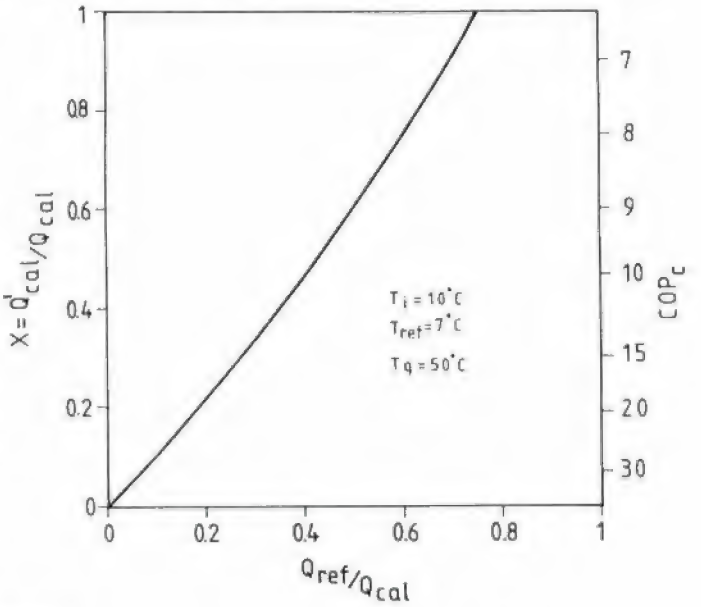


figura 2

satisfeita pelo sistema combinado X em função da configuração de carga térmica Q_{ref}/Q_{cal} e da eficiência total do sistema combinado COP_c. Verifica-se que a partir de $Q_{ref}/Q_{cal} > 75\%$ o sistema combinado satisfaz integralmente as necessidades de aquecimento $(X = 1)$ com uma eficiência total de cerca de 6.4. A eficiência do sistema combinado decresce à medida que aumenta o nível de satisfação das necessidades de aquecimento X, ou seja, à medida que a temperatura de pré-aquecimento T'_q se aproxima da temperatura de utilização desejada T_q. Como se vê, deverá haver um limite para a fracção da necessidade de aquecimento X a partir da qual a produção combinada deixará de ser a mais eficaz. Esta mesma conclusão pode ser verificada a partir do cálculo da dependência do consumo de energia eléctrica da bomba de calor com a temperatura do calor de pré-aquecimento libertado no seu condensador.

Seja $(W_e)'_q$ o consumo de energia eléctrica exigido por uma bomba de calor dimensionada para garantir as necessidades de frio à temperatura T_{ref} e produzir calor de pré-aquecimento à temperatura T'_q e $(W_e)_q$ o consumo de energia eléctrica exigido por um tal sistema que libertasse calor no seu condensador à temperatura requerida $T_q > T'_q$.

A razão entre os consumos de energia eléctrica $((W_e)'_q/(W_e)_q)$ depende da temperatura de pré-aquecimento T'_q através da seguinte relação:

$$\frac{(W_e)'_q}{(W_e)_q} = \frac{T'_q - T_{ref} + 5}{T_q - T_{ref} + 5} \tag{13}$$

e a razão entre as eficiências totais dessas bombas de

calor $((COP_c)'_q/(COP_c)_q)$ depende da temperatura de pré-aquecimento T'_q através da seguinte relação:

$$\frac{(COP_c)'_q}{(COP_c)_q} = \frac{(W_e)_q}{(W_e)'_q} \times \frac{T'_q + T_{ref} + 556}{T_q + T_{ref} + 556} \qquad (14)$$

Para uma dada temperatura a que se pretende a refrigeração $(T_{ref}=-10°C)$ e para uma dada temperatura a que se pretende dispôr o fluido de aquecimento $(T_q=50°C)$, a relação entre os consumos de energia eléctrica ou entre as eficiências totais da bomba de calor está representada na fig.3 em função da temperatura de

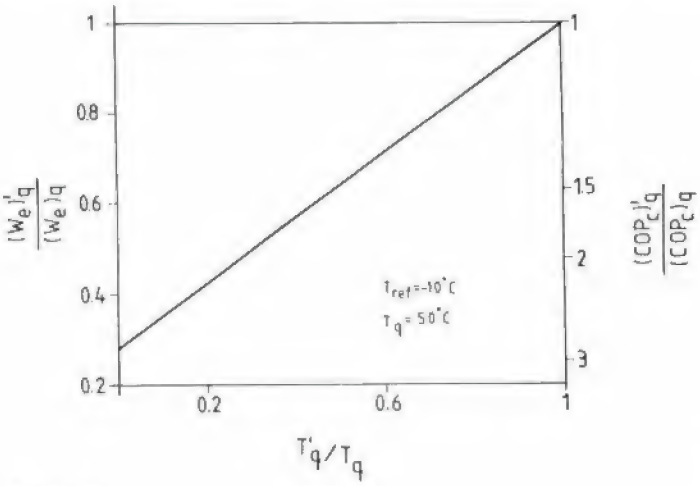


figura 3

pré-aquecimento T'_q. Verifica-se por exemplo que se a bomba de calor produzir calor de pré-aquecimento à temperatura de 30°C - inferior ao nível requerido - o seu consumo de energia eléctrica é apenas de 70% do consumo de energia eléctrica que seria, se garantisse as mesmas necessidades de frio mas produzisse calor no condensador à temperatura requerida $T_q=50°C$; por sua vez a eficiência total do sistema que produzisse calor de pré-aquecimento à temperatura $T'_q=30°C$ é cerca de 1.35 a eficiência total da bomba de calor que produzisse calor no condensador à temperatura requerida $T_q=50°C$.

4.2.1 Comparação da produção combinada de frio e calor com a produção independente

Apresentou-se anteriormente a fracção da potência calorífica X satisfeita pelo sistema combinado em função da configuração da carga térmica Q_{ref}/Q_{cal} do edifício (Eq. 11 e fig .2). Qual o valor mais interessante dessa fracção X^* e da correspondente temperatura de pré-aquecimento $(T'_q)^*$ por forma a garantir que haja benefício energético em utilizar o sistema combinado face à utilização de duas bombas de calor, uma produzindo a mesma quantidade de frio, mas a partir da temperatura ambiente T_a, a outra assegurando o pré-aquecimento da água a partir da temperatura ambiente (em vez dele ser assegurado pelo calor de condensação produzido pelo sistema combinado)?

Se $COP_c(R)$ fôr a eficiência de refrigeração do sistema combinado e $COP(R)$ a eficiência de refrigeração de uma bomba de calor que produzisse a mesma quantidade de frio Q_{ref} à mesma temperatura de refrigeração T_{ref}, mas a partir da temperatura ambiente T_a (e portanto com maior consumo eléctrico que o sistema combinado); se $COP(A)$ fôr a eficiência térmica de uma bomba de calor que satisfizesse o pré-aquecimento desde a temperatura ambiente T_a até à temperatura de pré-aquecimento T'_q, dados por:

$$COP_c(R) = 0.5\,\frac{T_{ref} + 278}{(T'_q - T_{ref}) + 5} \qquad (9)$$

$$COP(R) = 0.5\,\frac{T_{ref} + 278}{(T_a - T_{ref}) + 5} \qquad (15)$$

$$COP(A) = 0.5\,\frac{T'_q + 278}{(T'_q - T_a) + 5} \qquad (16)$$

então, para que o calor de condensação libertado no sistema combinado à temperatura de pré-aquecimento T'_q constitua um ganho energético efectivo, é necessário que:

$$(Q'_{cal})^* = X^* Q_{cal} \geq Q_{ref}\left(\frac{1}{COP(R)} - \frac{1}{COP_c(R)}\right) COP(A) \qquad (17)$$

e a fracção interessante da potência calorífica satisfeita pelo sistema combinado estará limitada a :

$$X^* = \frac{Q_{ref}}{Q_{cal}}\left(\frac{1}{COP_c(R)} - \frac{1}{COP(R)}\right) COP(A) \qquad (17a)$$

Se quisermos exprimir o ganho energético através da temperatura de pré-aquecimento mais intessante $(T'_q)^*$ que o sistema combinado deve proporcionar por forma a haver ganho energético efectivo, obtém-se para o seu limite superior, e de acordo com a equação (12):

$$(T'_q)^* = (T_q - T_i)X^* + T_i \qquad (18)$$

A título de exemplo considerem-se os seguintes valores de referência de um edifício onde se pretende assegurar o funcionamento de uma unidade de congelação e produzir água quente sanitária:

Temperatura de refrigeração (T_{ref})	−10°C
Temperatura inicial da água de rede (T_i)	10°C
Temperatura da água sanitária (T_q)	50°C

e represente-se na fig.4

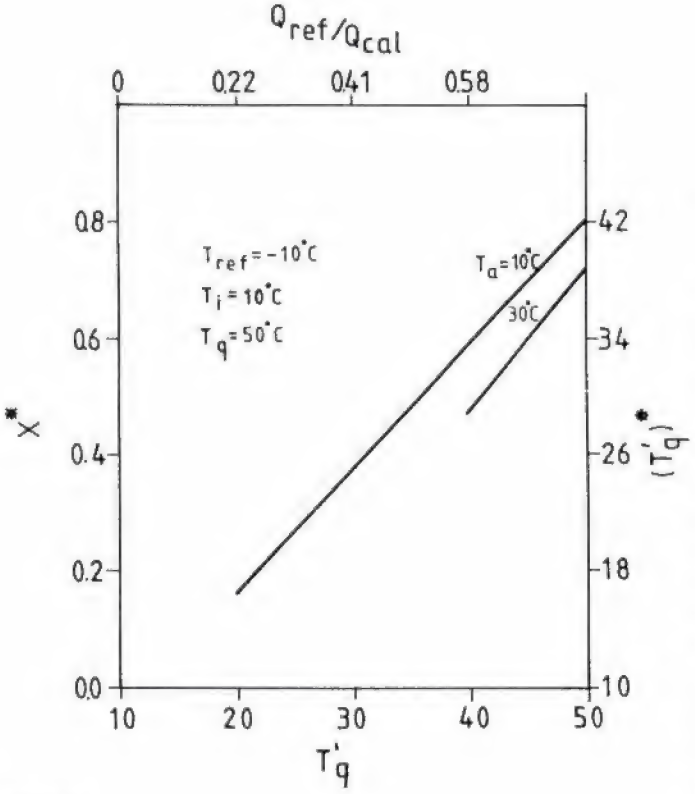


figura 4

$$\frac{(COP_c)'_q}{(COP_c)_q} = \frac{(W_e)_q}{(W_e)'_q} \times \frac{T'_q + T_{ref} + 556}{T_q + T_{ref} + 556} \qquad (14)$$

fracção interessante da potência calorífica satisfeita pelo sistema combinado (Eq. 17a) em função da temperatura de pré-aquecimento T'_q e da temperatura ambiente $(T_a = 10°C; 30°C)$.

A relação (18), ou seja, a temperatura de pré-aquecimento interessante $(T'_q)^*$ correspondente à fracção da potência calorífica interessante X^*, está também representada na mesma figura.

Note-se que às temperaturas de pré-aquecimento correspondem, de acordo com as relações (11 e 12), configurações de carga térmica igualmente representadas na mesma figura.

Verifica-se, por exemplo, que para a temperatura ambiente $T_a = 10°C$ e para a configuração de carga térmica $Q_{ref}/Q_{cal} = 0.58$ ou para a temperatura de pré-aquecimento $T'_q = 40°C$ - à qual, corresponde o valor $X = 0.75$ - a fracção interessante que deverá ser satisfeita pelo sistema combinado é $X^* = 0.60$ e o correspondente valor da temperatura de pré-aquecimento $(T'_q)^* = 34°C$. Significa que, para uma dada configuração de carga térmica do edifício Q_{ref}/Q_{cal}, comparando os custos energéticos envolvidos numa bomba de calor que satisfaz simultâneamente as necessidades de refrigeração e de pré-aquecimento com os de duas bombas de calor que produzam o mesmo efeito (uma refrigeração e a outra em pré-aquecimento), é preferivel que:

- O sistema combinado satisfaça, no máximo, 60% das necessidades totais de aquecimento $(X^* = 0.60)$ em vez dos 75% que, no máximo, podiam ser satisfeitos face à configuração de carga térmica admitida;
- A temperatura de pré-aquecimento proporcionada pelo sistema combinado seja limitada a $T'_q = 34°C$ em vez do valor $T'_q = 40°C$ que, no máximo, podia ser proporcionado face à configuração de carga térmica admitida.

4.3 Recuperação do calor evacuado de uma piscina

Uma outra aplicação interessante da BOMBA DE CALOR consiste em utilizá-la para recuperar o calor contido no ar húmido extraído de uma piscina, o qual, inclui uma quantidade significativa de calor latente. Este poderá ser extraído se o evaporador da bomba de calor fôr dimensionado para produzir a condensação do vapor de água. Em geral, o evaporador está dimensionado para extrair apenas a fracção do calor correspondente ao calor sensível, o que, no caso vertente, é a parte menos significativa do calor total contido no ar evacuado. O calor assim recuperado com a bomba de calor é posteriormente reinjectado no ar interior e/ou na água da piscina.

Considere-se então uma piscina semi-olímpica, em que se mantém a água à temperatura $T_{água}$, o ar à temperatura T_{ai} com o teor de humidade U_i, tendo uma utilização média diária de 12h. A taxa de renovação do ar exigida pela ocupação do edifício é R; a temperatura média do ar exterior é T_{ae} e o seu grau de humidade média é U_e. A taxa de calor perdida por renovação do ar é Q_v, em que uma fracção importante deste valor (mais de 50%), corresponde ao calor latente do vapor de água contido no ar extraído.

Pretende-se utilizar a BOMBA DE CALOR que absorva, através do seu evaporador, o calor contido no ar húmido extraido da piscina Q_{abs} (calor sensível mais o calor latente) de modo a arrefecê-lo até à temperatura exterior T_{ae}. O calor libertado no condensador desta bomba de calor Qcal é posteriormente reinjectado no interior a uma temperatura T_q.

Supondo a bomba de calor a funcionar como um sistema dimensionado para arrefecer o ar húmido extraído da piscina até à temperatura exterior T_{ae} e produzir a condensação do excesso de vapor de água nele contido, qual a quantidade de calor Q_{cal} libertado no condensador desta bomba de calor e qual a sua temperatura T_q?

As eficiências de refrigeração $COP\ (R)$ e calorífica $COP\ (A)$ vêm dadas neste caso por:

$$COP\,(R) = 0.5\,\frac{T_{ae} + 278}{(T_q - T_{ae}) + 5} \qquad COP\,(A) = 0.5\,\frac{T_q + 278}{(T_q - T_{ae}) + 5} \qquad (19)$$

Note-se que

$$Q_{cal} = Q_{abs} + We = \rho\, c_{ar}\, R\,(T_q - T_{ae}) \qquad (21)$$

$$\frac{(COP_c)'_q}{(COP_c)_q} = \frac{(W_e)_q}{(W_e)'_q} \times \frac{T'_q + T_{ref} + 556}{T_q + T_{ref} + 556} \qquad (14)$$

e a taxa de calor libertado no condensador da bomba de calor. ρ e c_{ar} são a massa volúmica e a capacidade térmica mássica do ar; W_e é a potência eléctrica consumida pela BOMBA DE CALOR.

Através das condições termohigrométricas do ar

interior da piscina (T_{ai}, U_i) e sabendo que o ar sai saturado do evaporador à temperatura do ar exterior (T_{ae}, *100%*), determina-se através do diagrama psicrométrico do ar, a variação de entalpia do ar húmido, ou seja, a quantidade total de calor absorvida pelo evaporador da bomba de calor Q_{abs}.

A temperatura T_q do calor libertado no condensador dessa bomba de calor pode ser então calculada do seguinte modo[8]:

$$T_q = \frac{144\,Q_{abs} - 0.5Q_{abs}\,T_{ae} + 0.5\rho c_{ar}\,RT_{ae}^2 + 139\rho\,c_{ar}\,R\,T_{ae}}{0.5\rho\,c_{ar}\,RT_{ae} + 139\rho\,c_{ar}\,R - Q_{abs}} \quad (22)$$

e a quantidade de calor libertado no condensador Q_{cal}, que é reinjectado no interior da piscina, pode ser determinado através da expressão (21).

A título de exemplo considerem-se os seguintes valores de referência:

Temperatura do ar interior da piscina (T_{ai})	25°C
Humidade do ar interior da piscina (U_i)	75%
Temperatura média do ar exterior (T_{ae})	10°C
Humidade média do ar exterior (U_e)	70%
Taxa de renovação do ar da piscina (R)	3000m³/h
Taxa de calor perdido por renovação do ar (Q_v)	39 kW
Massa volúmica do ar (ρ)	1.15 kg/m³
Capacidade térmica mássica (c_{ar})	1.03 kJ/kg.°C

Através do diagrama psicrométrico do ar calcula-se a variação de entalpia do ar húmido correspondente aos pares de valores (25°C, 75%) e (10°C, 100%) e que, no caso presente, vale cerca de 34.5 kJ/kg. A taxa de calor total absorvido pela bomba de calor vale então:

$$Q_{abs} = 34.5 \times \frac{3000}{3600} \times 1.15 = 33\ kW$$

e a temperatura do calor libertado no condensador é, de acordo com (22), $T_q = 56°C$.

A taxa de libertação de calor na bomba de calor vale:

$$Q_{cal} = 1.15 \times 1.03 \times \frac{3000}{3600} \times (56 - 10) = 45\ kW$$

o que satisfaz integralmente a exigência de aquecimento, pois é superior à taxa de calor perdido por renovação do ar da piscina ($Q_v = 39\ kW$).

Referências

[1] - (1985). Heat Pumps for heating in Buildings, *Energy Technology Series Nº5- EEO*, Oxfordshire OX11, ORA, UK.

[2] Reay, D.A. e MacMichael, D.B.A. (1979). *Heat Pumps design and applications*, Pergamon Press, UK.

[3] Consumo de Energia no Sector Doméstico, (1989). Direcção Geral de Energia, Lisboa.

Apêndice

1.

$$\frac{Q_t}{COP_t} = \frac{XQ_t}{COP_r} + \frac{(1-X)\,Q_t}{COP_a} \quad (1)$$

Sabendo que:

$$Q_t = Q_a + Q_r \quad (A1)$$

$$COP_t = \frac{Q_t}{W_a + W_r} \quad (A2)$$

em que

$Q_r = XQ_t = W_r COP_r$ é a quantidade de calor produzido à temperatura T_q por uma bomba de calor, a partir do calor rejeitado do edifício à temperatura T_r;

$Q_a = W_a COP_a$ é a quantidade de calor produzido à temperatura T_q por uma bomba de calor, a partir do ambiente exterior à temperatura T_a.

Da equação (A1) obtemos:

$$W_a = \frac{Q_t - QX_t}{COP_a} \quad (A3)$$

Por outro lado

$$W_r = \frac{X\,Q_t}{COP_r} \quad (A4)$$

Substituindo as duas últimas relações (A3) e (A4) em (A2), obtem-se a relação pretendida.

2.

$$D(\%) = \left(\frac{COP - \theta}{COP}\right) \times 100\% = \left(1 - 2\,\theta\frac{(T_q - T_a) + 5}{T_q + 278}\right) \times 100\% \quad (4)$$

Seja C_c, $(C_c)_{B.C}$ e C_e o custo de 1 kWh térmico obtido com um sistema convencional, o custo de 1 kWh térmico produzido pela bomba de calor (*B.C*) e o custo de 1 kWh eléctrico, respectivamente. A poupança relativa obtida com a *B.C* define-se como sendo:

$$D(\%) = \left(\frac{C_c - (C_c)_{B.C}}{C_c}\right) \times 100\% \quad (A5)$$

Mas

$$C_c = \frac{C_e}{\theta} \quad \text{e} \quad (C_c)_{B.C} = \frac{C_e}{COP}$$

Substituindo em (A5) vem:

$$D(\%) = \left(1 - \frac{\theta}{COP}\right) \times 100\% \quad (A6)$$

Como $COP = 0.5 \times (T_q + 278) / [(T_q - T_a) + 5]$, substituindo em (A6), obtem-se a relação pretendida.

3.

$$X = \frac{Q'_{cal}}{Q_{cal}} = \frac{Q_{ref}}{Q_{cal}}\left(\frac{288 - T_{ref} + 2T_i}{T_{ref} + 278 - 2\frac{Q_{ref}}{Q_{cal}}(T_q - T_i)}\right) \quad (11)$$

Sabendo que:

$$COP_c = COP_c(R) + COP_c(A) = \frac{Q_{ref} + Q'_{cal}}{W_e} \quad (A7)$$

$$Q'_{cal} = W_e + Q_{ref} \quad (A8)$$

8 Ver apêndice 4

$$COP_c(R) = 0.5\ \frac{T_{ref} + 278}{(T'_q - T_{ref}) + 5} \qquad \text{(A9)}$$

$$COP_c(R) = 0.5\ \frac{T_{ref} + 278}{(T'_q - T_{ref}) + 5} \qquad \text{(A9)}$$

$$X = \frac{Q'_{cal}}{Q_{cal}} = \frac{T'_q - T_i}{T_q - T_i} \qquad \text{(A10)}$$

Combinando as equações (A7), (A8) e (A9) teremos

$$Q'_{cal} = Q_{ref}\left(\frac{278 + 2T'_q - T_{ref} + 10}{T_{ref} + 278}\right) \qquad \text{(A11)}$$

Combinando as equações (A10) e (A11) e rearranjando os termos, obtemos a temperatura de pré-aquecimento T'_q em função dos outros parâmetros:

$$T'_q = \frac{\dfrac{T_i}{T_q - T_i} + \dfrac{Q_{ref}}{Q_{cal}}\left(\dfrac{278 - T_{ref} + 10}{T_{ref} + 278}\right)}{\dfrac{1}{T_q - T_i} - \dfrac{Q_{ref}}{Q_{cal}}\ \dfrac{2}{T_{ref} + 278}} \qquad \text{(A12)}$$

substituindo (A12) em (A10) teremos finalmente o valor da fracção de potência calorífica X satisfeita pelo sistema combinado expressa em função da configuração da carga térmica do edifício (Q_{ref}/Q_{cal}) e das temperaturas inicial do fluido (T_i), de aquecimento pretendida (T_q) e de refrigeração pretendida (T_{ref}), respectivamente.

4.

$$T_q = \frac{144\,Q_{abs} - 0.5Q_{abs}\,T_{ae} + 0.5\rho c_{ar}\,RT_{ae}^2 + 139\rho\,c_{ar}\,R\,T_{ae}}{0.5\rho\,c_{ar}\,RT_{ae} + 139\rho\,c_{ar}\,R - Q_{abs}} \qquad (22)$$

Sabendo que

$$COP(R) = 0.5\ \frac{T_{ae} + 278}{(T_q - T_{ae}) + 5} \qquad \text{(A13)}$$

$$W_e = \frac{Q_{abs}}{COP(R)} \qquad \text{(A14)}$$

$$Q_{cal} = Q_{abs} + W_e = \rho\ c_{ar}\ R\ (T_q - T_{ae}) \qquad \text{(A15)}$$

Combinando as equações (A13), (A14) e (A15) teremos:

$$\rho\,c_{ar}R\,(T_q - T_{ae}) = Q_{abs} + \frac{Q_{abs}\left((T_q - T_{ae}) + 5\right)}{0.5\,(T_{ae} + 278)} \qquad \text{(A16)}$$

donde podemos resolver em ordem a T_q, resultando, após rearranjo dos termos:

$$T_q = \frac{-0.5Q_{abs}\,T_{ae} + 144\,Q_{abs} + 0.5\rho\,c_{ar}\,RT_{ae}^2 + 139\rho\,c_{ar}\,R\,T_{ae}}{0.5\rho\,c_{ar}\,RT_{ae} + 139\rho\,c_{ar}\,R - Q_{abs}}$$

ADIST - Associação para o Desenvolvimento do Instituto Superior Técnico

- **Formação Especializada**
- **Apoio a projectos de Investigação e Desenvolvimento**

Uma Associação reconhecida como de Utilidade Pública

ao serviço do Instituto Superior Técnico

Av. Rovisco Pais , 1096 Lisboa Codex - Telef. 802045

Mechanics and Thermodynamics: A Semantic Problem of Classification

Contribution to the solution of a controversial issue

Rodrigo de Abreu

Centro de Electrodinâmica, Universidade Técnica de Lisboa

RESUMO

Um problema mal formulado origina paradoxos. Uma vez formulado, convenientemente, estes paradoxos são fácilmente eliminados. Em mecânica, um dos conceitos geralmente considerado fundamental é o da reversibilidade das suas equações. Desta consideração deriva a bem conhecida afirmação de que a mecânica é irreconciliável com a termodinâmica. Propomo-nos mostrar que só aparentemente estes domínios da física são independentes e que falsos pressupostos estão na origem desta dificuldade de interpretação.

ABSTRACT

An ill-formulated problem gives rise to paradoxes. However, once concepts are conveniently defined, such false paradoxes are easily eliminated. In mechanics, one of the concepts generally held as fundamental is the reversibility of its equations. Hence, the well-known statement that mechanics is irreconcilable with thermodynamics. We propose to show that only apparently are the two branches independent and that wrong assumptions are at the basis of this misinterpretation.

1 Newton's law $\mathbf{f}=m\mathbf{a}$ one of the roots of the problem

It is common knowledge how Newton solved the important problem posed by the movement of comets and planets by introducing the well-known equation $\mathbf{f}=m\mathbf{a}$ and the law of universal gravitation. This equation is prophetically valid in relativity [1] if written under the form $\mathbf{f}=d\mathbf{p}/dt$ where $\mathbf{p}=m_0\gamma\mathbf{v}$, $\gamma=(\sqrt{1-\beta^2})$, $\beta=v/c$, m_0 and $\mathbf{v}$ being, respectively, the mass and velocity of the body on a given frame, and c the velocity of light in vacuum. Problems do arise, however, when considering that m_0 may vary [2].

The problem of the relation between mechanics and thermodynamics lies, in the last analysis, as will be seen, in the definition of quantity $\mathbf{f}$. In the case of gravitation and of the electromagnetic field the criterion followed was shown to be internally consistent and was consecrated by experimental success.

For gravitation or electromagnetic forces, it is also possible to show, through Hamilton formalism, that there exists invariance in relation to symmetry in time.

In fact, Hamilton canonical equations

$$\dot{p}_k = -\frac{\partial H}{\partial q_k}$$

and

$$\dot{q}_k = \frac{\partial H}{\partial p_k}$$

are symmetric in relation to time, since if t is associated with $(-t)$ we have

$$\frac{d}{dt} \to \frac{d}{d(-t)} = -\frac{d}{dt},$$

$$\dot{q}_k \to -\dot{q}_k,\ p_k \to -p_k,\ q_k \to q_k.$$

Then Hamilton equations may be written

$$-\frac{d}{dt}(-p_k) = -\frac{\partial H}{\partial q_k}$$

$$-\frac{d}{dt}q_k = \frac{\partial H}{\partial(-p_k)}$$

it following that

$$\dot{p}_k = -\frac{\partial H}{\partial q_k}$$

and

$$\dot{q}_k = \frac{\partial H}{\partial p_k}.$$

Once we accept the fact that the domain of mechanics is the one of equation $\mathbf{f}=d\mathbf{p}/dt$ other forces, besides those previously referred to, must be taken in account [3] which may simply result from the interaction of mass m with other particles [4]. This is, in fact, what happens, for example, in the movement of a piston confining a gas in a cylinder, or in the movement of a projectile in the air. Nothing, in such situations, is conceptually different, despite the difficulty of a mathematical definition and measurement of $\mathbf{f}$. Because the piston moves, the value of $\mathbf{f}$ is altered in relation to its value if

Original submetido para publicação em 3 de Outubro de 1991

it were at rest (Doppler effect), which makes it necessary to calculate **f** on the piston frame [5]. That which causes a false paradox to arise is, as we shall see, precisely the fact that the form of **f**, resulting from the piston movement, no longer allows a set of equations, like the ones previously referred to, which permit an invariance in relation to symmetry in time.

2 The Concepts of Reversibility in Mechanics

Once we introduce Lagrange function L of an interactive material points system, it is possible, on certain situations, to proceed to simplications like, for instance, considering two subsystems A and B and split Lagrangean L into L_A and L_B [6]. But nothing, in principle, warrants the statement according to which the movement of a mass m in interaction with a set of particles, whose number is very large, is outside the sphere of the most general principles of physics which may be called mechanical [3,7]. Now these principles allow to conclude that simplifications give rise to a set of differential equations that are not valid the whole time [8] . In such a case subsystem A may have a dissipative Hamiltonean [9] which only approximately can describe the interaction with subsystem B and so, both $\mathbf{f} = d\mathbf{p}/dt$ and the equations associated the Hamiltonean cease to be symmetric in time, since they are incomplete [9].

What really happens is that a description in terms of dissipative forces or dissipative Hamiltoneans is not a complete description [10] but may be an approximate description for most of the time (Boltzmann, in his famous H theorem also introduced the hypothesis of the molecular chaos, obtaining a solution which is not complete) [11]. But in a more restricted sense equations with dissipative forces or dissipative Hamiltoneans belong in mechanics (of physics!) in the sense that they are consistent with the general solution which, at least in principle, may be conceptually arrived at through the momentum-energy conservation [5].

Here is then a well-defined problem of reversibility. In fact, in a complete description, although the "system" [12] (for exemple, the piston in the previously described model) evolves towards an equilibrium point where it may stay for a long time (say 10^9 years) in which case it is reasonable to talk about an irreversible transformation (with time moving forward the piston and the gas will take a long time to repass the initial point...), the equations based on the momentum-energy conservation of all the entities constituing the SYSTEM [12] are, nevertheless, reversible. We can say, then, that in a given sense of reversible (sense I associated with the differential equation) the process is irreversible, in a different sense (sense II associated with the momentum-energy conservation) it is reversible or irreversible, depending on whether one is thinking of an unlimited or limited time (sense IIa and IIb), and in a still different sense ((IIc)–symmetry in time) it is reversible.

Paradoxes will obviously and unavoidably arise if presuppositions are not clearly defined.

We shall now see that, to this difficulty, another problem might be added: that of the concept of reversibility in Thermodynamics.

From what has been said it can be seen that the problem of reversibility, whether in senses I or II, is related to the inicial conditions [13]. In fact, for most of the initial conditions, the "system" (for example, the piston) evolves according to the trajectory of the differential equation (non reversible I), although for the initial conditions corresponding to the inversion of all the velocities of all the entities constituing the SYSTEM, the trajectory of the "system" is not consistent with the differential equation and returns to the initial position (reversible IId). Such conditions are therefore extraordinary, although mathematically possible [14,15]. Equations of mechanics may then be considered irreversible in senses I and IIb and reversible in the other senses.

3 Clausius Equation – $dU = dW + dQ$ – the other side of the problem. The various meanings of Heat.

Thermodynamics is generally seen as the domain of heat [16] defined through the so-called "First Principle of Thermodynamics" (FPT) $đU = đW + dQ$ [2].

But this FPT has given rise to irremovable contradictions [2,17,18].

However, no contradictions or misinterpretations will arise if the Energy Conservation Principle (Energy-Entropy Principle) [12] is used between two equilibrium points by introducing quantities work (W) and heat ($\overline{U}$) [12,19]:

$$W = \Delta \overline{U} \ .$$

If $\overline{U} = U + U_F$, where U is the energy of a subsystem in contact with a source of energy U_F

$$W = \Delta U + \Delta U_F$$

and we can then write $Q = -\Delta U_F$ if

$$\Delta U = W + Q \quad [2] .$$

For the SYSTEM [12]

$$W = \Delta \overline{U}$$

and the SYSTEM is "mechanical" [20], the classification of "mechanical" and "thermodynamic" no longer making sense (a "thermodynamic system" is a subsystem of a "mechanical system" !) [21].

3.1 The notion of equilibrium

We can therefore say that a "mechanical System" tends to an equilibrium point (sense I) and, because of this, internal energy is a function of entropy and volume [22]. (Note that the definition of microscopic entropy associated with the maximum of thermodynamic probability only apparently is incompatible with the fact that the piston and the gas go back to the initial point in the phase space, since the value calculated from the maximum of thermodynamic probability only means that, most of the time, the system is to be found in the microstates of this maximum).

We are thus confronted with two apparently contradictory equilibrium notions: a "mechanical" one, associated with the piston movement – the piston attains

equilibrium position when it "stops" at a given time (in fact the piston is always moving but this movement is physically small); the other notion is a "thermodynamic" one, associated with physical parameters which can be measured in the gas and possess a given mean value in a physically short time interval which may be replaced by an instantaneous quantity. This second notion is consistent with the first most of the time, although the mean value obtained for an infinitely long time coincides with the average obtained in short time intervals for most of the time intervals considered. This does not obviously imply that at some time intervals the piston does not leave its rest position ("equilibrium position"). In the mechanical sense previously defined we would say that during such time intervals we would have an off-equilibrium situation but, in a thermodynamic sense such states are equilibrium states - the mean values obtained for the microstates which maximize thermodynamic probability are the same as those obtained for all possible microstates.

We may, therefore, refer to two equilibrium concepts:

I – equilibrium in a restricted sense, related only to the microstates of thermodynamic maximum probability, generally called equilibrium microstates.

II – equilibrium in a broad sense, related to all possible microstates.

In this second sense the non-equilibrium states are, obviously, the transition states between two equilibrium states.

There arises, then, a notion of reversibility associated with $dS=0$ [22]. Here also, there appears in "thermodynamics" a terminological confusion which results from mixing up two concepts: the reversible transformation concept and the quasi-static transformation concept [21,23].

Once the incompatibility between "mechanical" and "thermodynamic" is proved to be false, there will be no incompatibility between Boltzmann and Poincaré, or between Carnot and Darwin [16,24]. (Note that the idea of irreversibility appears associated with the evolution of the Universe, since only as an abstraction can a SYSTEM be isolated).

Perhaps the only true incompatibility is to be found in wrongly formulated enuntiations [22,23]; for without a convenient interpretation, any attempt to solve the "problem of irreversibility" [25] through mathematical simplifications that create asymmetries may only lead to an apparent solution for an ill-formulated problem.

3.2 The notions of heat

Considering what has been said, we have, between two equilibrium points

$$W = \Delta \overline{U} \ .$$

If a subsystem of energy U is assumed to be in contact with a source of energy U_F,

$$W = \Delta \overline{U} = \Delta U + \Delta U_F .$$

In an infinitesimal transformation between two physically near equilibrium points

$$dW = d\overline{U} = dU + dU_F .$$

If we write

$$dU = dW + dQ$$

it follows that

$$dQ = - \ d U_F .$$

In sense I, let us designate internal energy U as heat I.

It is obvious that, in this sense, heat of system $\overline{U}$ cannot coincide with U or U_F ($\overline{U} = U + U_F$). This being so, the heat exchanged between the subsystem of energy U and the source of energy U_F is $Q = -\Delta U_F$.

We have, therefore, a second notion of heat – heat in sense II, or exchanged heat which, in a module, is equal to the variation of heat from source ΔU_F.

Let us now consider the elementary variation of a function $U(V,S)$ in an elementary displacement $d\mathbf{P}$:

$$dU = < \mathbf{d}U, d\mathbf{P} >$$

where $\mathbf{d}U$ is the exterior derivative of U and $< \mathbf{d}U, d\mathbf{P} >$ is the contraction of form $\mathbf{d}U$ and vector $d\mathbf{P}$.

We therefore have

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S dV + \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V dS \ .$$

It can be easily demonstrated that

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S = - p$$

and

$$\left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V = T$$

where p is the pressure and T Kelvin temperature [26].

Therefore

$$dU = -p \, dV + T \, dS \ .$$

Let dU be formally divided into two (Pfaffian) quantities

$$đW = -p dV$$

and

$$đQ = T \, dS \ .$$

It is obviously possible to call $đW$ and $đQ$ respectively (elementary) work and heat. But to prevent any possible confusion with the other concepts I and II, we must explicitly call them heat III and work III.

These quantities, dW and dQ, possess no energetic meaning that can be ascribed to them with generality (d is crossed precisely to indicate that we are not dealing with exact differentials treated with generality).

Like previously (note that dW is not necessarily equal to $đW$)

$$dW = dU + d U_F = dU - dQ \ .$$

In a reversible transformation $d\overline{S} = dS + dS_F = 0$ and $dW = -p \, dV = dU + dU_F = -p \, dV + TdS + TdS_F$.

Therefore

$$dW = - pdV = đW$$

aaand since

$$d\bar{S} = 0 = dS + dS_F$$

$$dS = -dS_F = -\frac{dU_F}{T} = \frac{dQ}{T} .$$

Therefore

$$dQ = T\,dS = đQ .$$

In conditions of reversibility, quantity III coincides with quantity II.

Also here, it is obvious that if concepts are not clearly defined, contradictions will inevitably arise [17,18].

Bearing in mind what has been said [5], let us now consider the previously mentioned model of a gas whose particles move perpendicularly to a piston in motion without friction with the walls of the cylinder containing the gas.

The pressure exerted on the piston may be written under the form $p'=p\,(1-2\dot{x}/u)$ where $\dot{x}$ and u are the piston and particle velocity components and p is the pressure when the piston is at rest at height x, the height of the piston in relation to the bottom of the cylinder.

The work of this dissipative force is, in an infinitesimal transformation,

$$d\,W_{diss.} = dE$$

where E represents the sum of the kinetic and potential energies of the piston.

In fact, the work of the conservative force, "piston weight", is

$$d\,W_{cons.} = -\,dV$$

where V is the piston potencial energy.

The total work is, therefore,

$$dW = d\,W_{cons.} + d\,W_{diss.} = dT$$

where T is the kinetic energy of the piston.

So,

$$d\,W_{diss.} = dE = d(T + V) .$$

Since

$$dE + dU = 0$$

U being the gas energy, we can also easily write

$$dU = -\,dE = -\,d\,W_{diss.} = -\,p'\,dV$$

where

$$p' = p\left(1 - \frac{2\dot{x}}{u}\right)$$

as previously stated.

If we formally write

$$U = U(V, S)$$

we have

$$dU = -\,pdV + T\,dS = -\,p'\,dV$$

and therefore

$$T\,dS = -\,(p' - p)\,dV .$$

Now

$$dV = dx\,.\,A$$

where A is the piston area.

Therefore

$$T\,\frac{dS}{dt} = -\,(p' - p)\,\frac{dx}{dt}\,A$$

it following that

$$\frac{dS}{dt} = -\,(p' - p)\,\dot{x}\,A\,\frac{1}{T} .$$

Whether for $\dot{x}<0$ or for $\dot{x}>0$, dS/dt is greater than zero.

Let us consider the case where the "gas" is composed of one particle. Here

$$p' = p\left(1 - \frac{2\dot{x}}{u}\right) .$$

It therefore follows that

$$\frac{dS}{dt} = -\,p\left(-\,\frac{2\dot{x}}{u}\right)\dot{x}\,A\,\frac{1}{T} =$$

$$= p\,\frac{2\dot{x}^2}{u}\,A\,\frac{1}{T} .$$

Since

$$p = \frac{NKT}{V} = \frac{NKT}{Ax} ,$$

$$\frac{dS}{dt} = NK\,\frac{2\dot{x}^2}{u}\,\frac{1}{x}$$

assuming that for N particles the mean force is the same as the one calculated for one particle.

We can thus calculate the "production" of entropy through an expression which is generally associated with reversibility: $(dU = -\,p\,dV + T\,dS)$.

4 The Problem of Determinism

It is commonly affirmed that mechanics equations are "deterministic", which is an entirely meaningless statement [27]. In fact, any presuppositions chosen should be clearly defined.

There exist at least two concepts of determinism that must be taken into account: a scientific and a metaphysical one [28].

A certain theory associated with a system would be deterministic in a scientific sense if it allowed a knowledge of the future of that system. To this end it would be necessary to know the future of the Universe, which is obviously out of the question. Scientific determinism is entirely impossible, as the observer himself would have to be included in the Universe.

Metaphysical determinism is linked with the idea that "nature knows itself" and is, in this sense, determined [28].

Now, as already seen, although in very simple situations, "mechanics" equation $\mathbf{f}=d\mathbf{p}/dt$ allows the knowledge of the future (two-body problem). But Poincaré has shown that the introduction of a third body suffices to alter the idea that "mechanics" is scientifically determined.

In fact, as we have seen in the simplified model presented, not even $\mathbf{f}=d\mathbf{p}/dt$ is exclusively mechanical, since it is not equivalent to the complete solution obtained through momentum-energy; nor is the complete solution scientifically determined, because

even for a finite number of particles the information which would have to be processed in order to know the whole future, would have to be infinite. However, the physical model would be metaphysically determined.

From the previous analysis we can see that the problem associated with differential equations that are sensitive to inicial equations is not the only one that questions the determinism of "mechanics"; for, in fact, a differential equation which tends to an equilibrium point is not a complete solution for metaphysically determined physical model whose rigorous solution, conceivable in principle, cannot be scientifically determined.

5 Conclusion

It has been shown that it is possible to reduce "thermodynamics" to "mechanics", which means that both "mechanics" and "thermodynamics" belong to physics!

The apparent impossibility of such a reduction is due to the fact that definitions in the domains of "mechanics" and "thermodynamics" should be conveniently revised: "mechanics" must accept dissipative forces as an approximation, and "thermodynamics" must accept the tendency to equilibrium contained in this approximation as part of the most general solution obtained through the momentum-energy conservation - entropy characterizes that part of energy which has a dissipative character. The Energy-Entropy Principle (E.E.P.) can replace the incorrect formulation of the "First" Principle of Thermodynamics (F.P.T.) and of the "Second" Principle of Thermodynamics (S.P.T.), since the E.E.P. is the Energy Conservation Principle plus the tendency to define a new equilibrium state. The F.P.T. is merely a mathematical formulation which has no general physical meaning, as quantities $đW = -p\,dV$ and $đQ = T\,dS$ do not allow an energetic interpretation with generality. The inability to understand this lies mainly in the fact of considering as equivalent two statements contained in two enuntiations that only orally are identical:

I) In a "reversible" transformation, elementary work is $đW = -p\,dV$ and heat $đQ = T\,dS$.

II) In a reversible transformation, elementary work is $dW = -p\,dV$ and heat $dQ = T\,dS$.

In fact, as shown on the diagram in the appendix, in a transformation between two physically near equilibrium points,

$$dW = d\overline{U} = dU + dU_F = dU - dQ\,,$$

U_F being the energy of a thermal reservoir. Since $dU = -pdV + TdS$ and $dU_F = T_F dS_F$, $dW = -pdV + TdS + T_F dS_F$. In a reversible transformation $dS + dS_F = 0$ and $dW = -pdV$. Therefore $T = T_F$. This being so, $dS_F = -dU_F/T_F = dQ/T$.

Because

$$d\overline{S} = dS + dS_F \geq 0$$

then

$$dS \geq -dS_F$$

$$dS \geq \frac{dQ}{T}$$

If the transformation is reversible, $dS = dQ/T$ and $dW = -p\,dV$.

Since by definition $đQ = TdS$, in a reversible transformation $dQ = đQ$ (only in a reversible transformation does $đQ$ correspond to the heat exchange with the thermal reservoir).

The use of $dU = đW + đQ$ as an energy conservation principle [17,29,30] may lead to error, as entities $đW$ and $đQ$ are confused with exchanged energy. The E.E.P. contains the information afforded by the Energy Conservation Principle and by the asymmetry between internal energy and work and it should not therefore be confused with the expression $dU = đW + đQ$ whose physical significance can not be generalized.

The various concepts of "work", "heat", "reversible", "equilibrium", "mechanics" and "thermodynamics" originated a false problem whose solution can only be found upon a careful revision of the physical meaning of all the entities involved.

References

[1] Sommerfeld, A. (1966). *Mechanics*, Academic Press, New York, 5.

[2] Abreu, R. de (1983). Ph.D.Thesis, Instituto Superior Técnico, Lisboa.

[3] Lanczos, C. (1970). *The Variational Principles of Mechanics*, University of Toronto Press, Toronto, 25.

[4] Cohen, I. Bernard (1988). *O Nascimento de Uma Nova Física*, Gradiva, Lisboa, 228.

[5] Abreu Faro, M. and Abreu, R. de (1989). A one dimensional model of irreversibility, *Relatório Interno, CEL 4*, IST.

[6] Landau, L. and Lifshitz, E. (1978). *Mecânica*, Ed. MIR, Moscou, 47.

[7] Landau, L. and Lifshitz, E. (1978). *Mecânica*, Ed. MIR, Moscou, 129.

[8] Huang, K. (1963). *Statistical Mechanics*, John Wiley & Sons, Inc., New York-London-Sidney, 88.

[9] Kobe, D.H., Reali, G. and Sieniutycz, S. (1986). *Am. J. Phys.*, **54**, 997.

[10] Feynman, R. , Leighton, R. and Sands, M. (1966). *The Feynman Lectures on Physics*, Addison-Wesley, Reading, **1**, 14-6.

[11] Balescu, R. (1967). *Physica*, **36**, 433.

[12] Abreu, R. (1987), *Técnica*, **1**, 50.

[13] Gal-Or, B. (1972). *Science*, **176**, n. 4030, 11.

[14] Einstein, A. (1909). *Physikalische Zeitchrift*, **10**, 821.

[15] Popper, K. (1956). *Nature* ,**177**, 583.

[16] Prigogine, I. and Stengers, I. (1987). *A Nova Aliança*, Gradiva, Ch. IV.

[17] Curzon, A.E., Leff, H.S.(1978). *Am. J. Phys.*, **47**, 385.

[18] Abreu, R. de (1990). *Técnica*, **1**, 43.

[19] Barrow, G.M. (1988). *J. Chem. Educ.*, **65**, 122.

[20] Fermi, E. (1936). *Thermodynamics*, Dover Publications, Inc., New York, 13.

[21] Abreu, R. de (1991). A New Perspective in Thermodynamics: The Energy-Entropy Principle, *Técnica*, **2**, 33-40.

[22] Abreu, R. de (1985). *Técnica*, **1-2**, 100.

[23] Reif., F. (1965). *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics*, McGraw-Hill, New York, 94.

[24] Lowe, J.P. (1988). Entropy, Conceptual Disorder, *J. Chem. Ed.*, **5**, 403.

[25] Coveney, Peter V. (1989). *La Recherche*, **207**, 190.

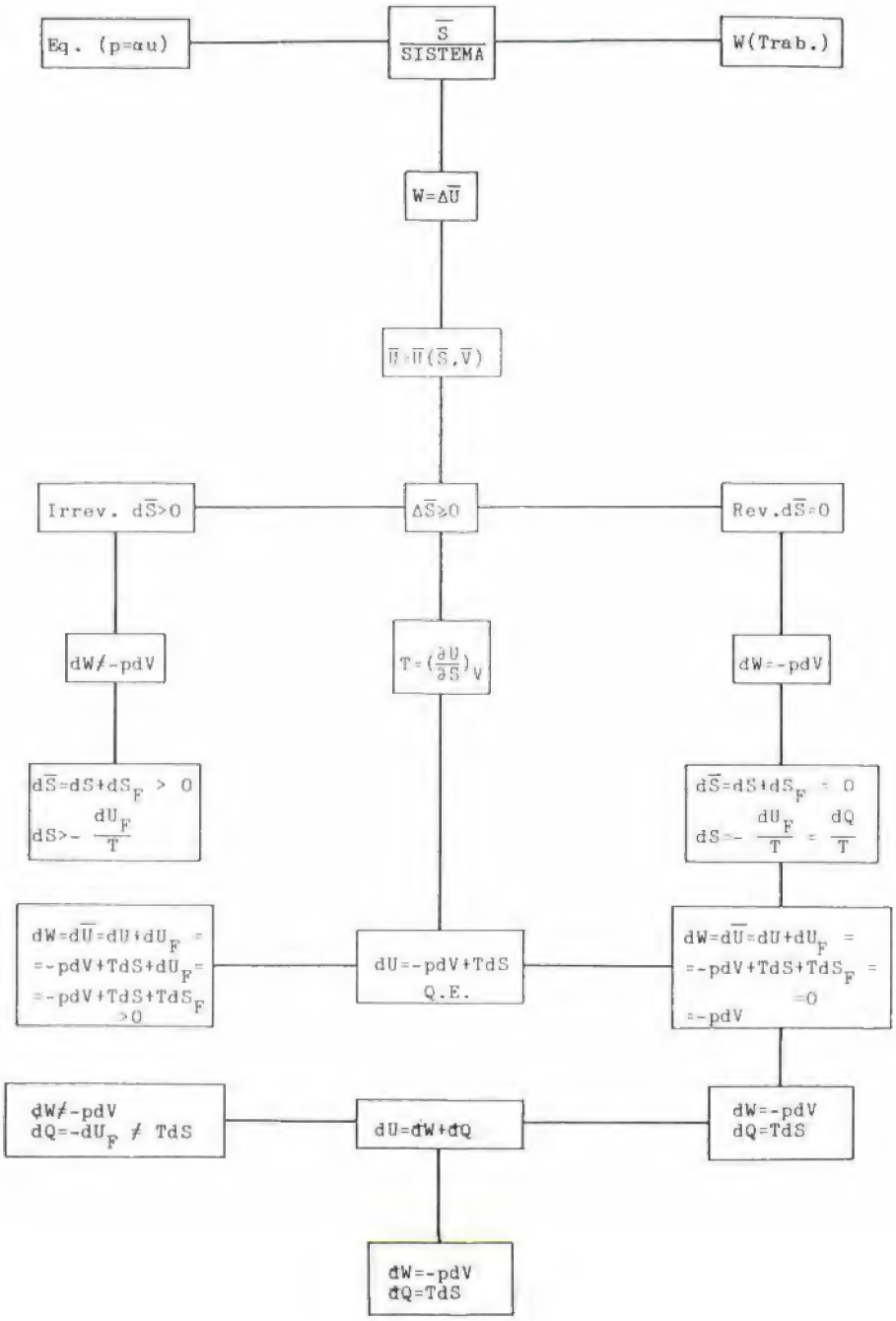
[26] Abreu, R. de (1986). *Técnica*, **3**, 116

[27] Planck, M. (1963). *L'Image du Monde dans la Physique Moderne*, Ed. Gonthier, Genéve, 31.

[28] Popper, Karl R. (1988). *O Universo Aberto*, Pub. Dom Quixote, Lisboa, Ch. I.

[29] Reif., F. (1965). *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics*, McGraw-Hill, New York, 115.

[30] Callen, H.B. (1987). *Thermodynamics and an introduction to Thermostatistics (Second Edition-Fourt Printing)*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 99.



Métodos de Determinação de Direcções de Chegada Usando Agregados Adaptativos

Manuel Duarte Ortigueira

DEEC / INESC

RESUMO

Neste trabalho é apresentado um estudo sobre utilização de agregados de sensores na determinação de direcções de chegada de sinais. Uma revisão dos principais métodos é apresentada, focando com especial atenção os de alta resolução. A determinação do número de sinais incidentes também é considerada.

ABSTRACT

In this paper, a study concerning the use of arrays of sensors in the determination of signal directions of arrival. A revision of the main methods is presented focussing with special attention the high resolution ones. The determination of the number of impinging signals is considered too.

1 Introdução

A recepção de sinais usando um agregado de sensores tem sido uma solução atractiva em problemas de detecção e estimação, visto que o agregado oferece a possibilidade de ultrapassar as limitações de directividade e largura de banda de um único sensor. O desenvolvimento dos meios computacionais veio permitir a utilização de técnicas de processamento de sinais que permitem um auto-ajuste ou adaptação do agregado a mudanças no conjunto de sinais recebidos. Nos últimos anos tem redobrado o interesse pelos agregados adaptativos tendo aumentado o esforço de investigação, de forma a conseguir reduzir a vulnerabilidade da recepção de sinais desejados em presença de interferências. São já largos os campos de aplicação dos agregados adaptativos que vão desde o Radar e Sonar à Sismologia e Geofísica, à Astronomia, à Medicina e, obviamente, às Telecomunicações. Actualmente, as principais áreas de investigação em agregados adaptativos são:

a) Detecção de direcções de chegada dos sinais (direction of arrival - DOA);
b) Supressão de interferências;
c) Obtenção de imagens com grande resolução angular;
d) Conformação adaptativa de feixe e varrimento em situações de incerteza na localização dos sensores.

Na figura 1 apresenta-se o esquema dum agregado. Como se observa, as saídas dos diferentes sensores são ponderadas e somadas. No caso de um agregado adaptativo, os pesos podem variar de acordo com as características dos sinais de entrada e com o que se pretende que seja o sinal de saída.

Em todos os campos de aplicação de agregados adaptativos, o processamento de sinais desempenha um papel fundamental, cabendo-lhe, entre outras missões, a de fornecer os meios de determinação dos pesos. Neste trabalho, vamos abordar, apenas, o caso da detecção de direcções de chegada. Este problema tem merecido grande atenção nos últimos anos, tendo motivado o aparecimento de várias técnicas que têm utilidade noutros domínios, como seja o da Análise Espectral de sinais.

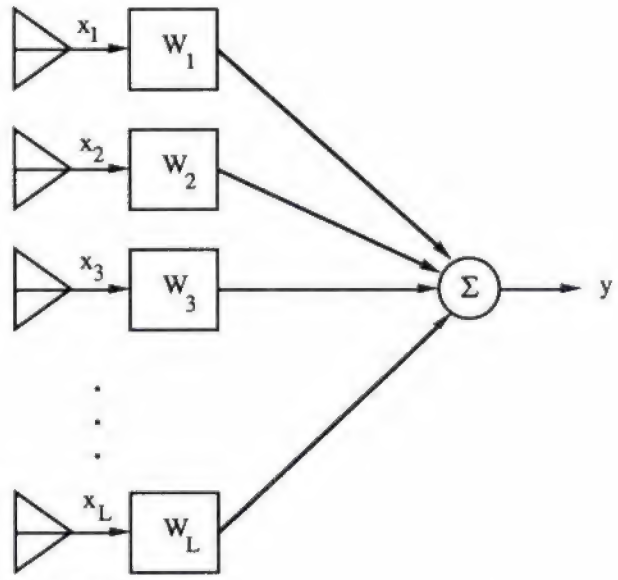


figura 1 agregado

Supõe-se que os sensores do agregado recebem sinais de fontes no seu campo de visão, mas com direcções de chegada desconhecidas. A saída de cada sensor é uma soma de tais sinais e ruído. Em geral, os sinais recebidos pelos sensores podem ser incorrelacionados, parcialmente correlacionados ou completamente coerentes entre si. Normalmente e por razões físicas, supõe-se que não há correlação entre os sinais e o ruído. Vamos considerar sinais que são adequadamente caracterizados por uma única frequência - sinais de banda estreita - originados a grande distância do agregado, pelo que as ondas associadas podem ser consideradas ondas planas.

Original submetido para publicação em 11 de Outubro de 1991

Este tema tem sido objecto de grande actividade de investigação nos últimos 15 anos. O impulso dado pelos métodos de Capon e de Máxima Entropia (1967) [5,9] foi de enorme influência pela motivação que introduziu na procura de soluções novas e mais potentes. Assim, partindo da análise do famoso método de Pisarenko [15] para a análise espectral de sinusóides em ruído, Schmidt [19] desenvolveu o algoritmo MUSIC (MUltiple SIgnal Classification) usando uma interpretação geométrica baseada na decomposição do espaço de observações em 2 subespaços: o dos sinais e o do ruído. Este trabalho marcou profundamente a evolução futura dos métodos de análise espectral espacial, duma forma geral, inclusivamente os métodos de detecção de sinais de banda larga. A partir da sua publicação nunca mais deixou de se falar nos dois subespaços, podendo, inclusivé, agrupar os métodos de acordo com o subespaço que utilizam:

- MUSIC, MIN-NORM (norma mínima) [6] e PROPAGADOR [12] são formulados em termos de vectores do subespaço de ruído;
- ESPRIT (Estimation of Signal Parameters Via Rotational Invariance Techniques) [17,18], TAM (Toeplitz Aproximation Method) [7] e técnicas afins são formuladas em termos de vectores do subespaço dos sinais. O algoritmo ESPRIT é extremamente importante, por ter uma base teórica muito simples e, em princípio, poder ser implementado de forma computacionalmente pouco custosa. O método TAM pode ser considerado um caso particular de ESPRIT, embora, a sua formulação original tenha como base a representação de estado dum modelo ARMA.

No que diz respeito ao método de máxima verosimilhança o seu desenvolvimento tem sido bastante menor, dadas as dificuldades analíticas e computacionais que apresenta. Nos últimos tempos, tem-se notado um aumento de actividade na procura de soluções do tipo iterativo para sua implementação.

Recentemente, foram propostas mais algumas alternativas interessantes que estão a ser objecto de investigação, nomeadamente:

- formulação dos métodos MUSIC e MIN-NORM no espaço do feixe o que significa uma pré-conformação de feixe;
- análise espectral espacial localizada;
- utilização de momentos de ordem superior.

Não faremos, aqui, a abordagem destes métodos. No que se refere ao estudo das propriedades estatísticas de todos os métodos apresentados, far-se-ão, apenas, referências breves ilustrando comparativamente as prestações dos diferentes métodos. Um estudo mais profundo dos diferentes métodos ultrapassa o âmbito deste trabalho.

Este trabalho será constituido por três partes fundamentais:

a) Estabelecimento do modelo de dados onde formulamos as hipóteses subjacentes aos métodos e algoritmos que serão desenvolvidos.
b) Apresentação dos métodos usados na determinação da DOA. Consideremos os métodos Clássico, de Capon, de Máxima Entropia e de Máxima Verosimilhança; a partir destes obteremos os métodos de alta resolução: MUSIC, MIN-NORM, ESPRIT e PROPAGADOR. Abordaremos as formas de os implementar, tomando como base a matriz de covariância.

2 O Modelo de Dados

Normalmente, fazem-se várias hipóteses que conduzem a algoritmos mais manuseáveis. Assim, o meio é suposto ser isotrópico e não dispersivo para que a propagação possa ser considerada como realizando-se em linha recta. Supõe-se que as fontes se encontram suficientemente longe para que as ondas que incidem no agregado possam ser consideradas planas. Suporemos que os sinais têm a mesma frequência central (w_0) e envolventes complexas que são funções lentamente variáveis do tempo - banda estreita. Com estas hipóteses, num dado ponto, cada sinal tem a forma $s(t).e^{jw_0t}$, onde $s(t)$ é a envolvente complexa que se admite ser um processo estocástico estacionário de média nula e variância P, suposta definida positiva. Também se admite, algumas vezes, que $s(t)$ é um sinal determinístico tipo potência de valor médio nulo. Consideraremos um agregado plano com L elementos, com uma geometria qualquer, onde incidem M ondas planas.

Sejam θ_i o ângulo entre a direcção de chegada da onda i e a normal ao plano da agregado[1], d_j a distância entre o sensor j e o ponto de referência[2] e $f_j(\theta_i)$ é a resposta complexa do *jésimo* sensor à frequência w_0 e direcção θ_i (ver figura 2). Tomaremos $s(t).e^{jw_0t}$ como sendo a forma de cada sinal no sensor de referência (sensor 1). Sendo assim, com a ajuda da figura 2, podemos verificar que a

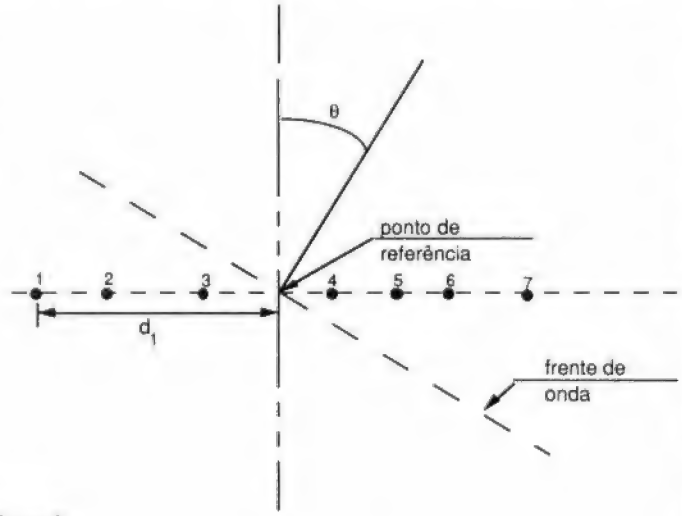


figura 2

resposta do sensor j às M ondas é:

$$u_j(t) = \sum_{i=1}^{M} f_j(\theta_i) s_i(t) . e^{j w_0 [t - \tau_j(\theta_i)]} \qquad (1)$$

onde $\tau_j(\theta_i) = d_j/c \ .sen\theta_i$ é o atraso entre o 1º e o *jésimo* sensores para a *iésima* onda incidente no agregado vinda

1 suporemos, apenas, a determinação do azimute e não da elevação.
2 seguir-se-á uma prática habitual de considerar um sensor como referência.

da direcção θ_i, sendo c a velocidade de propagação das ondas no meio considerado.

De (1) conclui-se que a informação desejada está contida na representação em banda de base:

$$x_j(t) = \sum_{i=1}^{M} f_j(\theta_i)\, s_i(t) \,.\, e^{-j w_0 \tau_j(\theta_i)} \tag{2}$$

pelo que será, apenas com ela, que trabalharemos. Introduzem-se **3 vectores**:

a) a **resposta do agregado ou vector de direcção** para a direcção θ_i:

$$a(\theta_i) = [f_j(\theta_i) \,.\, e^{-j w_0 \tau_j(\theta_i)}, j = 1, \ldots, L] \tag{3}$$

$f_j(\theta_i)$ é a resposta complexa do jésimo sensor à frequência w_0 e direcção θ_i;

b) o **vector das envolventes**

$$s(t) = [\, s_j(t), j = 1, \ldots, M] \tag{4}$$

c) o **vector do ruído**, $\mathbf{n}(t)$, suposto independente dos sinais.

O modelo das observações vem dado por:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\theta)\, \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \tag{5}$$

onde $\mathbf{A}(\theta)$ é uma matriz $\mathbf{L} \times \mathbf{M}$, com $\mathbf{L} > \mathbf{M}$ cujas colunas são elementos da variedade ("manifold") do agregado. $\mathbf{x}(t)$ é um vector a tempo contínuo, pelo que deverá ser convenientemente amostrado. Cada um dos vectores $\mathbf{x}(n)$ chama-se "snapshot".

No caso particular em que

a) os sensores são iguais e omnidireccionais (podemos supor $f_j(\theta_i) = 1$)

b) o agregado é linear e uniforme, $\tau_j(\theta_i) = (j-1).\ d.\ sen(\theta_i)/c$, sendo d a distância intersensores, os vectores de direcção assumem a forma

$$\mathbf{a}(\theta) = \left[1\ e^{-jw}\ e^{-2jw} \ldots e^{-j(L-1)w} \right]^T \text{ com } w = w_0 \tau(\theta) \tag{6}$$

pelo que $\mathbf{A}(\theta)$ se torna uma matriz de Vandermonde. Suporemos em tudo o que se segue que as fontes são incorrelacionadas e incoerentes, pelo que o número de colunas de $\mathbf{A}(\theta)$ coincide com o número de fontes.

O ruído supõe-se estacionário e de covariância $\sigma^2\, \mathbf{R}_n$, onde $\mathbf{R}_n$ é conhecida. Geralmente, admite-se que o ruído é branco ou que se efectuou uma prévia operação de branqueamento, pelo que $\mathbf{R}_n = \mathbf{I}$.

Os "snapshots" são acomodados nas colunas da chamada matriz de dados, $\mathbf{X}$. Nas aplicações recursivas a matriz de dados é actualizada de acordo com a recursão

$$\mathbf{X}_n = a.\mathbf{X}_{n-1} + b.\mathbf{x}_n\, \mathbf{e}_n^T \tag{7}$$

com a e b constantes positivas menores ou iguais a 1 e $\mathbf{e}_n$ é a *nésima* coluna da matriz identidade $n \times n$. As constantes a e b permitem-nos manter o controle da influência do passado no presente e, portanto, da adaptabilidade do algoritmo. Nas aplicações práticas, não nos é possível usar um número indefinido de colunas. Somos, então, levados a considerar a matriz de dados como uma janela deslizante. Para isso, introduzimos uma matriz de permutação $\mathbf{P}$, tal que

$$p_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } j = i+1 \text{ ou } i = n \text{ e } j = 1 \\ 0 & \text{nos restantes casos} \end{cases}$$

Daqui resulta a formação da nova matriz de acordo com a recursão (ver figura 3):

$$\mathbf{X}_n = a.\mathbf{X}_{n-1} \,.\, \mathbf{P} + \mathbf{v}_n \,.\, \mathbf{e}_K^T \tag{8}$$

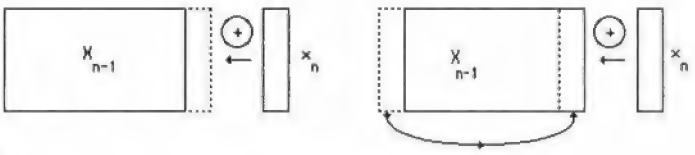


figura 3 esquemas de preenchimento da matriz de dados

onde

$$\mathbf{v}_n = b\, \mathbf{x}_n - a\, \mathbf{x}_1 \quad \text{e} \quad n > L \tag{9}$$

e e_K é a Késima coluna da matriz identidade.

A matriz de covariância, $\mathbf{R}$, é, na prática, estimada pelo produto $\mathbf{X}.\mathbf{X}^H$. É fácil concluir, no caso de uma janela de dimensão indefinida, que:

$$\mathbf{R}_n = \alpha\, \mathbf{R}_{n-1} + \beta\, \mathbf{x}_n.\mathbf{x}_n^H \tag{10}$$

com $a = a^2$ e $\beta = b^2$. No caso de uma janela finita:

$$\mathbf{R}_n = \alpha\, \mathbf{R}_{n-1} + \beta\, \mathbf{x}_n.\mathbf{x}_n^H - \alpha\, \mathbf{x}_1.\mathbf{x}_1^H \tag{11}$$

A possibilidade de controlar a influência do passado no presente através das constantes a e β, faz com que o esquema da eq. (11) não tenha nenhuma vantagem sobre (10), pelo que a alternativa se põe entre (8) e (10). Em termos estatísticos o esquema da eq. (10) é melhor que o traduzido em (8), devido à efectuação de uma operação de média. Nas aplicações recursivas o uso da covariância conduz a algoritmos melhores do ponto de vista numérico [18]. Em tudo o que se segue, sempre que falemos em matriz de dados, supô-la-emos gerada de acordo com a eq. (8). De forma análoga, suporemos que a autocovariância é gerada de acordo com (10)[3].

Todas as técnicas que seguidamente se apresentam têm aplicação imediata na análise de séries temporais, desde que consideradas como sendo a soma de sinusóides moduladas em amplitude por sinais de banda estreita. Na figura 4 mostra-se a forma de gerar um dado "snapshot" para tal situação.

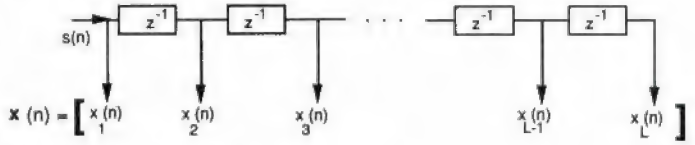


figura 4 "snapshot" de serie temporal

3 Métodos de Determinação de DOA

3.1 Técnicas convencionais

Como se disse atrás, um agregado pode ser considerado como um sistema com L entradas e uma

3 para a covariância cruzada a expressão é análoga.

saída. Esta obtem-se pesando cada sinal de entrada e somando [12,14]:

$$Y(n) = \mathbf{w}^H . \mathbf{x}(n) \tag{12}$$

onde **w** é o vector dos pesos, funções de θ e $\mathbf{x}(n)$ é o "snapshot". A escolha de **w** depende dos sinais de entrada e do sinal desejado; normalmente, escolhe-se **w** de acordo com um dado critério que tem como base a extremização dum dado funcional. Por exemplo, **w** pode ser escolhido de forma que a potência de saída seja maximizada. Um outro critério muito útil consiste em maximizar a relação sinal-ruído.

Vamos apresentar, em seguida, os métodos mais importantes de determinação de DOA.

3.1.1. O conformador de feixe

Suponhamos que pretendemos "focar" uma dada direcção θ_1, que, sem perda de generalidade, vamos supor coincidir com a DOA da onda 1. Para isso, escolhemos **w** igual ao vector de direcção $a(\theta_1)$. Consideremos que os sensores são omnidireccionais e iguais, com $f_j(\theta_i) = 1$, e que não há ruído. Obtemos, assim, à saída do agregado um sinal $y(t)$:

$$y(t) = L.\, s_1(t) + \sum_{i=2}^{M} s_i(t) . \sum_{j=1}^{L} e^{-j w_0 [\tau_j(\theta_i) - \tau_j(\theta_1)]}$$

que mostra, que a menos que a sobreposição dos sinais não desejados dê um sinal nulo, não podemos obter o sinal desejado livre de interferências. No que se refere à potência, os cálculos são fastidiosos, pelo que não os faremos aqui. Pode mostrar-se que há um máximo da potência na direcção da fonte.

No caso geral de uma direcção qualquer e nas condições gerais indicadas na sec. 2, a potência de saída pode escrever-se:

$$\Phi_{CF} = \mathbf{a}^H(\theta) . \mathbf{R} . \mathbf{a}(\theta) \tag{13}$$

Tomam-se os valores de θ para os quais Φ_{CF} tem máximos como sendo as DOA. A este estimador dá-se o nome de **conformador de feixe** [14]. No caso de uma única fonte, Φ mede a potência efectiva quando θ coincide com a direcção de chegada. No caso de várias fontes isto já não acontece, mesmo se as fontes forem incorrelacionadas; com efeito, os picos afastam-se das posições correctas e, se estiverem "demasiado perto", podem fundir-se. Isto mesmo na ausência de ruído; em ruído,a situação piora, pelo que este estimador não tem utilidade.

3.1.2 O Método de Capon

Os problemas levantados pelo estimador anterior levaram Capon [3] a reformular o problema nos seguintes termos:

Calcule-se **w** *de forma a que, para uma dada direcção, sejam minimizadas as contribuições vindas de outras direcções:*

$$\min_{w} \mathbf{w}^H . \mathbf{R} . \mathbf{w} \quad \text{sujeito a} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = 1 \tag{14}$$

Este é chamado estimador de variância mínima. Trata-se de uma minimização com restrições, que efectuada conduz a:

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}^{-1}\mathbf{a}}{\mathbf{a}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}} \tag{15}$$

Desta forma, a potência de saída é dada por:

$$\Phi_{VM} = \frac{1}{\mathbf{a}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}} \tag{16}$$

Um raciocínio muito simples permite-nos mostrar que

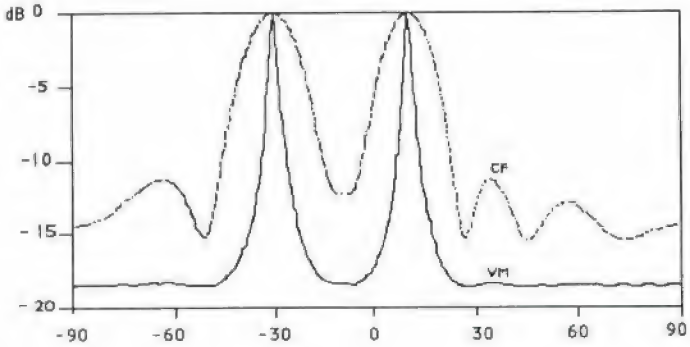


figura 5 Conformador de feixe vs metodo de Capon.

este estimador tem uma maior resolução do que o conformador de feixe. Com efeito, seja

$$1 = \frac{1}{L} \mathbf{a}^H \mathbf{R}^{\frac{1}{2}} \mathbf{R}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{a}$$

Usando a desigualdade de Schwartz conclui-se, de imediato, que $\mathbf{a}^H \mathbf{R} \mathbf{a} . \mathbf{a}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a} \geq L$ e, portanto: $\Phi_{CF} \geq L . \Phi_{VM}$. Esta maior resolução é responsável pelo êxito inegável que este estimador teve. Na figura 5 ilustra-se este facto.

3.1.3 O Método de Máxima Entropia

O êxito conseguido pelo Método de Máxima Entropia (MEM) em Análise Espectral levou a que ele fosse aplicado na determinação de DOA's. Neste método, [5,9,14] minimiza-se a potência do erro associado à predição da saída dum dado sensor à custa das restantes *L-1* saídas. O problema pode formular-se, também, em termos de uma minimização da potência de saída com restrição. Escolhendo o primeiro sensor como referência, temos:

Calcule-se **w** *de forma a que seja mínima a potência do erro de predição da saída do 1º sensor em termos das restantes saídas*

$$\min_{w} \mathbf{w}^H . \mathbf{R} . \mathbf{w} \quad \textit{sujeito a} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{e}_1 = 1 \tag{17}$$

onde $\mathbf{e}_1$ *é a 1ª coluna da matriz identidade.*

Procedendo à minimização de forma análoga à anterior, obtem-se o vector **w** cujos coeficientes são os parâmetros do filtro preditor:

$$\mathbf{w} = \frac{1}{\mathbf{e}_1^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{e}_1} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{e}_1 \tag{18}$$

A "resposta angular" desse filtro permite-nos definir um estimador da densidade angular de potência:

$$\Phi_{ME} = \frac{\mathbf{e}_1^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{e}_1}{|\mathbf{a}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{e}_1|^2} \tag{19}$$

Este estimador tem maior resolução que os anteriores. Com efeito, o estimador *VM* pode ser considerado como uma "associação em paralelo" (média harmónica) de *L* estimadores *ME* de ordens sucessivamente crescentes, donde a sua menor resolução. Para deduzir este facto basta relembrar que a inversa de **R** tem uma decomposição do tipo Cholesky $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{T}.\mathbf{T}^H$. A matriz T é uma triangular inferior sendo as suas colunas os coeficientes do filtro preditor de ordens sucessivamente decrescentes, pelo que podemos obter, quase imediatamente:

$$\frac{1}{\Phi_{VM}} = \mathbf{a}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} \frac{1}{\Phi^i_{ME}}$$

sendo Φ^i_{ME} o estimador *ME* de ordem *i* (correspondente ao uso dos primeiros *i* sensores).

Porém, é conveniente não esquecer que o estimador de Capon mede a potência enquanto que o de *ME* mede a densidade de potência pelo que a expressão anterior sugere um efeito de integração. Este efeito é o responsável pela menor resolução, mas também pela grande estabilidade estatística do estimador *VM*. Assim, verifica-se que o estimador *ME* tem a maior resolução dos 3 métodos apresentados, enquanto que o estimador *VM* tem a menor variância (ver figura seguinte).

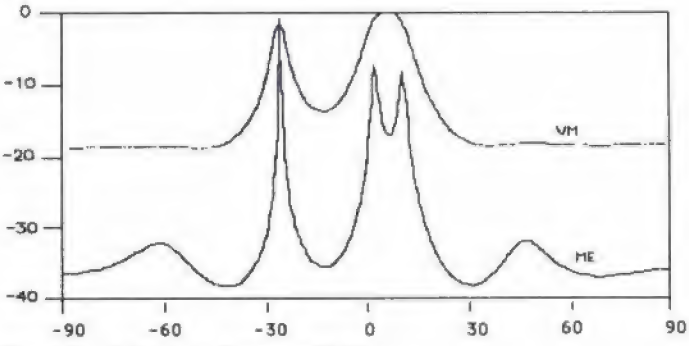


figura 6 Método de Capon vs MEM.

Estes métodos têm todos em comum a particularidade de suporem um modelo aproximado (*MA* para o *CF* e *AR* para os outros) quando o modelo correcto é o modelo ARMA.

Do estimador de Capon, pode obter-se um estimador de densidade de potência. Para isso, pode-se dividir Φ_{VM} pela norma quadrática do vector **w**:

$$\Phi_{BL} = \frac{\Phi_{BL}}{\mathbf{w}^H \mathbf{w}} = \frac{\mathbf{a}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}}{\mathbf{a}^H \mathbf{R}^{-2} \mathbf{a}} \qquad (20)$$

A este estimador dá-se o nome de estimador de Borgioti-Lagunas [11]. Na figura imediatamente a seguir ilustra-se o comportamento deste estimador.

3.1.4 O Método de Máxima Verosimilhança

Como em muitos outros problemas de estimação de parâmetros, o método de Máxima Verosimilhança (Maximum Likelihood - *ML*) [10] fornece-nos o estimador óptimo. Contudo, as dificuldades inerentes a este tipo de métodos são tais que o tornam difícil de implementar e, muitas vezes, ineficiente, obrigando a aproximações que o tornam sub-óptimo. No caso presente, embora se conheçam algoritmos que conduzem

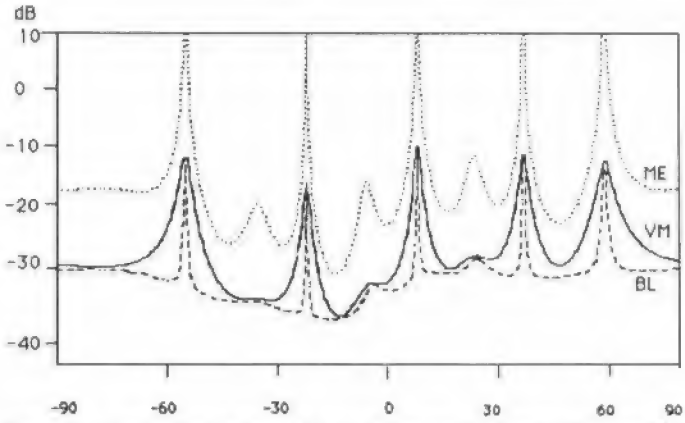


figura 7 Ilustração da prestação do estimador de Borgioti-Lagunas.

à estimação óptima, continua a ser bastante difícil o uso deste método, dado o seu peso computacional.

Consoante se adopte um modelo determinístico ou estocástico para os sinais, assim se obtem um método *ML* diferente. Por exemplo, no caso determinístico, a função densidade de probabilidade para as observações escreve-se:

$$f(\mathbf{X},\mathbf{\Theta},\mathbf{S}) = \pi^{-NL} (det(\mathbf{R}_N))^{-N} \times \\ \times e^{-\sum_{1}^{N} [x(k) - \mathbf{A}(\theta).s(k)]^H .R_N^{-1} .[x(k) - \mathbf{A}(\theta).s(k)]} \qquad (21)$$

onde **X**, **Θ** e **S**, são respectivamente, a matriz de dados, o vector de direcções e o do sinal e *N* o número de "snapshots". A maximização da expressão em (20) é equivalente ao problema de mínimos quadrados não lineares:

Para uma dada matriz X, minimize-se

$$l(\mathbf{\Theta}, \mathbf{S}; \mathbf{X}) = \sum_{1}^{N} [x(k) - \mathbf{A}(\theta).s(k)]^H .[x(k) - \mathbf{A}(\theta).s(k)] \qquad (22)$$

em relação a **Θ** *e* **S**.

Os ângulos e sinais óptimos formam a melhor aproximação aos dados, no sentido em que o erro quadrático é minimizado. A dupla estimação de sinais e ângulos pode ser desacoplada e efectuada em 2 passos:

1 estimação de sinais

$$s(k) = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{x}(k) \qquad (23)$$

onde $\mathbf{A}^{-1}$ é a pseudo inversa de **A**.

2 substituição de (23) em (22), de forma a que a minimização em θ se reduza, depois de se fazer $\mathbf{R} = 1/N.\mathbf{X}.\mathbf{X}^H$, a:

$$\Theta = \underset{\theta}{argmax}\, T_r [A^{-1} R. A] \qquad (24)$$

ou seja, o óptimo **Θ** maximiza a norma da projecção dos dados sobre o chamado espaço dos sinais. Não é difícil concluir que (23) se pode escrever na forma:

$$\Theta = \underset{\theta}{argmax} \sum_{i=1}^{M} [a_i^{-1} R. a_i] \qquad (25)$$

sendo a_i e a_i^{-1} as linhas de ordem *i* de **A** e da sua pseudo-inversa.

A solução de (24) ou (25) deve ser procurada iterativamente, para o que foram apresentados vários algoritmos sendo de referir o algoritmo *EM* proposto por Miller e Fuhrmann [10]. Não nos debruçaremos mais sobre este método, que dado o seu peso computacional não é útil em situações de movimentos de fontes. Por outro lado, os algoritmos subóptimos que apresentaremos de seguida são muito simples e fornecem resultados satisfatórios. De referir que no caso de uma única fonte o conformador de feixe é um estimador *ML*.

3.2 Técnicas baseadas na decomposição em subespaços

3.2.1 A decomposição em subespaços

O modelo de dados antes apresentado conduz ao seguinte valor expectável da matriz de autocovariância:

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{R}] = \mathbf{A}(\theta)\,\mathbf{R}_s\,\mathbf{A}^H(\theta) + \sigma^2\mathbf{I} \tag{26}$$

onde $\mathbf{R}_s$ é valor expectável da autocovariância de $s(t)$, suposta definida positiva Na hipótese de sinais incorrelacionados, é uma matriz diagonal cujos elementos não-nulos são as potências dos diferentes sinais. O objectivo último do processamento em que estamos interessados é encontrar $\mathbf{A}(\theta)$. Como objectivo intermédio pretende-se encontrar M vectores linearmente independentes contidos no subespaço gerado pelos vectores de direcção: **subespaço de sinal**. No caso de ausência de ruído, aqueles vectores são os M autovectores correspondentes aos autovalores não nulos da matriz de autocovariância; os restantes geram um subespaço ortogonal ao subespaço de sinais. No caso ruidoso, os M autovectores correspondentes aos M maiores autovalores geram o subespaço de sinal. Os restantes autovectores geram o **subespaço de ruído**. Portanto, a matriz **R** tem a seguinte autodecomposição (*AD*):

$$\mathbf{R} = \mathbf{V}.\Lambda.\mathbf{V}^H \tag{27}$$

sendo os valores próprios dados por:

$$\lambda_k = \begin{cases} \mu_k + \sigma^2 & k = 1, \ldots, M \\ \sigma^2 & k = M+1, \ldots, L \end{cases} \tag{28}$$

onde os μ_k são os autovalores da matriz $\mathbf{A}(\theta)\,\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H(\theta)$ e a matriz **V** pode ser particionada em $\mathbf{V} = [\mathbf{V}_s : \mathbf{V}_n]$, tendo as duas submatrizes significados evidentes.

3.2.2 Matriz de dados vs matriz de covariância

Os subespaços podem ser calculados quer pelo recurso à autodecomposição de **R**, quer pela decomposição em vectores singulares (*SVD*) da matriz de dados de **X**. Os M vectores singulares correspondentes aos M maiores valores singulares formam uma matriz de característica M, que melhor aproxima **X** no sentido de mínimos quadrados.

É fácil ver que a *AD* de **R** e *SVD* de **X** dão a mesma estimativa dos subespaços; de facto, pondo $\mathbf{X} = \mathbf{V}\Sigma\mathbf{U}^H$, $\mathbf{R} = \mathbf{X}.\mathbf{X}^H = \mathbf{V}\Sigma^2\mathbf{V}^H$.

A maior dificuldade no uso da *AD* de **R** reside na multiplicação matricial, dado que os algoritmos usuais necessitam que se forme **R** explicitamente. Contudo, ao formar **R** estamos a efectuar uma média o que traz vantagens do ponto de vista estatístico. A comparação de (8) e (10) pode levar-nos à conclusão de que depende da aplicação prática particular a opção de um dos esquemas. Num primeiro relance, (8) parece ser melhor em cenários de variação relativamente rápida e (10) nos restantes casos. Contudo, o equilíbrio que podemos estabelecer entre o passado e o presente através das constantes α e β torna os dois algoritmos equivalentes deste ponto de vista. De qualquer modo frise-se, que, o uso de (10) será preferido se se puder evitar a multiplicação matricial, ou se, como sucede em Astronomia ou Espectroscopia, o sinal não for directamente acessível, mas sim a sua covariância. Os métodos apresentados nas secções seguintes conduzem a valores correctos quando se usa a autocovariância exacta, independentemente da relação sinal/ruído e da separação angular das fontes. Contudo, quando se estimam as autocovariâncias a partir dum número finito de "snapshots", aquelas técnicas exibem descentragens dependentes da relação sinal/ruído, da separação angular das fontes e, até, das especificações do agregado. No entanto, é possível aumentar as prestações do estimador no caso de um agregado linear uniforme. Tal melhoria consegue-se à custa da introdução do "snapshot" reverso ("backward") [8].

3.2.3. MUSIC e MIN-NORM

A noção de subespaço vai permitir-nos a introdução do algoritmo MUSIC, que resulta, directamente, da decomposição que acabámos de efectuar na matriz de covariância. Essa decomposição permite que possamos escrever:

$$\mathbf{R}\,\mathbf{V}_n = \sigma^2.\,\mathbf{V}_n$$

mas, atendendo a (20), temos:

$$\left|\mathbf{A}(\theta)\,\mathbf{R}_s\,\mathbf{A}^H(\theta) + \sigma^2\mathbf{I}\right|\mathbf{V}_n = \sigma^2.\,\mathbf{V}_n$$

donde se tira fácilmente

$$\mathbf{A}^H(\theta).\,\mathbf{V}_n = 0 \tag{29}$$

ou seja: *Os autovectores associados ao subespaço de ruído são ortogonais aos vectores de direcção correspondentes às DOA's efectivas.*

Assim pois, para um dado $\mathbf{a}(\theta)$ e sendo $\mathbf{v}_i (i=1,\ldots)$ os vectores próprios, os picos da função:

$$\Phi^{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{\sum_{i=M+1}^{L} |\mathbf{a}^H\mathbf{v}_i|^2} \tag{30}$$

ou, equivalentemente, os zeros de

$$\sum_{i=M+1}^{L} |\mathbf{a}^H\mathbf{v}_i|^2 \tag{31}$$

corresponderão às direcções correctas. De notar que (30) não mede a potência, como nos casos anteriores, servindo, apenas, como detector. Este algoritmo apresentado por Schmidt [18] em 1979 constitui uma

generalização do algoritmo de Pisarenko [15] usado em análise espectral de sinusóides em ruído e que usa, apenas, um autovector do subespaço de ruído.

Uma alternativa à dedução atrás feita consiste em aproximar $\mathbf{R}^{-1}$ pela matriz que se obtém por eliminação dos autovectores correspondentes ao subespaço do sinal. Esta situação corresponde a supor que os sinais têm uma potência infinita, o que explica a superresolução deste método. Procedendo a tal aproximação na expressão que define o estimador VM, este transforma-se num detector angular que pode escrever-se na forma:

$$\Phi_p^{MUSIC}(\mathbf{a}) = \frac{1}{\sum_{i=M+1}^{L} \lambda_i^{-1} |\mathbf{a}^H \mathbf{v}_i|^2} \qquad (32)$$

Se admitirmos que $\lambda_i = \sigma^2$ $(i = M+1, \ldots, L)$, obtemos o estimador MUSIC, de que (32) é a versão ponderada proposta por Johnson [4]. Esta versão comporta-se melhor que a normal, sobretudo, em situações de relação sinal-ruído baixa.

Duma forma inteiramente análoga a esta podemos obter o método MIN-NORM (norma mínima) pesado. Basta fazer a aproximação de $\mathbf{R}^{-1}$ em (18), obtendo-se, imediatamente:

$$\Phi_p^{MIN\text{-}NORM}(\mathbf{a}) = \frac{1}{\left| \sum_{i=M+1}^{L} \lambda_i^{-1} \mathbf{a}^H \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \mathbf{e}_1 \right|^2} \qquad (33)$$

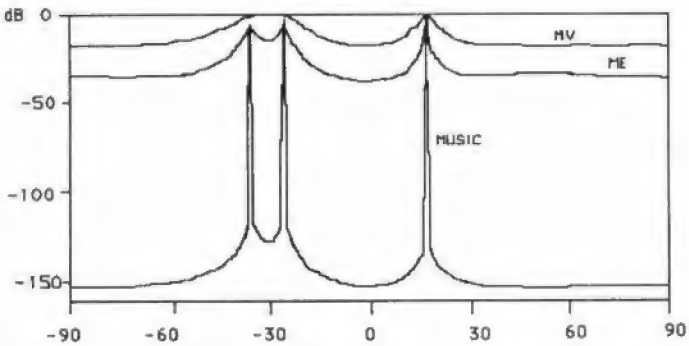


figura 8 MUSIC comparado com ME e VM

Fazendo, como atrás $\lambda_i = \sigma^2$ $(i = M+1, \ldots, L)$, obtemos o estimador MIN-NORM:

$$\Phi^{MIN\text{-}NORM}(\mathbf{a}) = \frac{1}{\left| \sum_{i=M+1}^{L} \mathbf{a}^H \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \mathbf{e}_1 \right|^2} \qquad (34)$$

Este estimador foi proposto por Kumaresan e Tufts [6] e introduzido com base em argumentos ligados à predição linear. A ideia básica é a seguinte:

Construa-se um vector **d** contido no subespaço de ruído e tal que o seu primeiro elemento seja unitário e tenha norma mínima. No caso dum agregado uniforme, o polinómio cujos coeficientes são as componentes de **d**, tem os zeros correspondentes às DOA's sobre a circunferência unitária e os restantes no interior dela e com uma distribuição aproximadamente uniforme. Pode mostrar-se [6] que, à parte um factor,

$$\mathbf{d} = \mathbf{V}_n \cdot \mathbf{u} \qquad (35.a)$$

onde **u** é o conjugado do transposto da 1ª linha de $\mathbf{V}_n$ pelo que (34) se pode escrever na forma:

$$\Phi^{MIN\text{-}NORM}(\mathbf{a}) = \frac{1}{|\mathbf{a}^H \mathbf{d}|^2} \qquad (35.b)$$

Como seria de esperar, o método MIN-NORM está para MUSIC, assim como o estimador ME está para VM. Com efeito, podemos afirmar que [14]:

a) O estimador MIN-NORM tem melhor resolução do que MUSIC;
b) MUSIC é mais estável do ponto de vista estatístico do que MIN-NORM;
c) Existe, também, uma relação do tipo "associação em paralelo", idêntica à descrita em 3.1.3, relacionando MUSIC e MIN-NORM.

3.2.4 O Propagador

Os algoritmos MUSIC e MIN-NORM exploram, de uma forma inteligente a estrutura da matriz de covariância, com a introdução e aproveitamento da noção de subespaço, gerado por um conjunto de vectores próprios. Contudo, cada subespaço pode ser gerado por outra base qualquer. No caso do subespaço de sinal, o conjunto dos vectores de direcção são uma alternativa válida. O *Propagador* resulta do facto de a matriz de vectores de direcção ser uma matriz determinística de característica M [12]. Nesta situação, é possível exprimir as restantes L-M linhas em termos das M primeiras [4]. Sejam

$$J_M = \begin{bmatrix} I_M \\ 0 \end{bmatrix} \quad e \quad J_{L-M} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_{L-M} \end{bmatrix} \qquad (36)$$

duas matrizes de dimensões $M \times L$, sendo $\mathbf{I}_M$ e $\mathbf{I}_{L-M}$ matrizes identidades. Sejam, agora, $\mathbf{A}_s$ e $\mathbf{A}_i$ duas submatrizes de **A** dadas por:

$$\mathbf{A}_s = \mathbf{J}_M^T \cdot \mathbf{A} \quad e \quad \mathbf{A}_i = \mathbf{J}_{L-M}^T \cdot \mathbf{A} \qquad (37)$$

Comecemos por notar que, em geral, $\mathbf{A}_s$ é invertível, pelo que existe uma matriz **W**, $(L\text{-}M) \times M$, tal que

$$\mathbf{W}^H \cdot \mathbf{A}_s = \mathbf{A}_i \qquad (38)$$

A matriz **W** chama-se *Propagador*. Reescrevamos (38) na forma:

$$[\mathbf{W}^H : -\mathbf{I}] \begin{bmatrix} \mathbf{A}_s \\ \mathbf{A}_i \end{bmatrix} = [\mathbf{W}^H : -\mathbf{I}]\,\mathbf{A} = 0 \qquad (39)$$

Esta equação é muito importante, porque mostra *que os vectores colunas de*

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} \\ -\mathbf{I} \end{bmatrix}$$

são ortogonais aos vectores de direcção, pelo que pertencem ao subespaço de ruído, podendo, então, substituir os vectores próprios nos algoritmos MUSIC ou MIN-NORM.

Suponhamos que não existe ruído e que retomamos a eq. (5). Obtemos fácilmente:

[4] Eventualmente, podemos considerar outras submatrizes. No caso especial de um agregado linear uniforme, é útil, como se verá mais tarde, tomar as duas submatrizes L×(L-1) que se obtêm suprimindo a 1ª e última linhas de A.

$$[\mathbf{W}^H : -\mathbf{I}]\,\mathbf{AS} = [\mathbf{W}^H : -\mathbf{I}]\,\mathbf{X} = 0 \tag{40}$$

onde **S** é uma matriz cujas colunas são sucessivos vectores de envolventes e **X** a correspondente matriz de dados suposta particionada na forma

$$\mathbf{X} = \begin{vmatrix} \mathbf{X}_s \\ \mathbf{X}_i \end{vmatrix} \tag{41}$$

É fácil obter, agora:

$$\mathbf{W}^H . \mathbf{X}_s = \mathbf{X}_i \tag{42}$$

Por outro lado, sendo a autocovariância, $\mathbf{R} = \mathbf{X}\mathbf{X}^H$, usando (41) e (42) obtemos:

$$\mathbf{R} = \begin{vmatrix} \mathbf{X}_s\mathbf{X}_s^H & \mathbf{X}_s\mathbf{X}_s^H\mathbf{W}^H \\ \mathbf{W}\mathbf{X}_s\mathbf{X}_s^H & \mathbf{W}\mathbf{X}_s\mathbf{X}_s^H\mathbf{W}^H \end{vmatrix} \tag{43}$$

que nos demonstra que **W** pode, alternativamente, ser calculada a partir de :

$$\mathbf{W}\mathbf{R}_s = \mathbf{R}_i \tag{44.a}$$

$$\mathbf{R}_e\mathbf{W}^H = \mathbf{R}_d \tag{44.b}$$

onde *i* e *s* têm os significados anteriores e *d* e *e* significam direito e esquerdo, respectivamente.

No caso de haver ruido, a igualdade (42) não se verifica, havendo uma matriz de erro:

$$\mathbf{E} = \mathbf{X}_i - \mathbf{W}^H.\mathbf{X}_s \tag{45}$$

Esta equação mostra que **W** é um preditor multicanal, generalização de (18).

A equação (45) é a base da estimação de **W**. A minimização da potência de cada um dos erros definidos por (45), ou seja, do traço de $\mathbf{E}.\mathbf{E}^H$ conduz a :

$$\mathbf{R}_{is} = \mathbf{W}^H\,\mathbf{R}_{ss} \tag{46}$$

onde $\mathbf{R}_{is}$ é a covariância cruzada entre as partes inferior e superior do snapshot e $\mathbf{R}_{ss}$ é a autocovariância da parte superior, sendo estimadas, de acordo com o que se disse anteriormente por:

$$\mathbf{R}_{is} = \mathbf{X}_i.\mathbf{X}_s^H \quad e \quad \mathbf{R}_{ss} = \mathbf{X}_s.\mathbf{X}_s^H$$

Outra possibilidade está em trabalhar directamente com a matriz de dados **X**. Neste caso (45) pode escrever-se na forma:

$$\mathbf{X}_i \approx \mathbf{W}^H\,\mathbf{X}_s \tag{47}$$

A solução de norma mínima é :

$$\mathbf{W}^H \approx \mathbf{X}_i.\mathbf{X}_s^{-1} \tag{48}$$

onde $\mathbf{X}_s^{-1}$ é a pseudo-inversa de $\mathbf{X}_s$.

Qualquer das relações (44.a e b), (46) ou (47) pode ser usada na determinação de **W**. Para obter resultados mais fiáveis, é conveniente efectuar a diagonalização simultânea das duas matrizes envolvidas e tomar as componentes principais de cada uma delas.

3.2.4 Técnicas de rotação de Subespaço

3.2.4.1 ESPRIT

Há várias formulações correspondentes às técnicas de rotação de subespaço. A mais conhecida de todas é a ESPRIT [17, 18] que pode ser implementada de várias

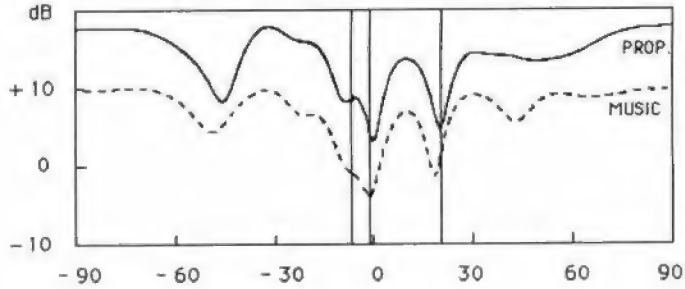


figura 9 Ilustração da prestação do propagador

formas. As formulações mais vulgares dos algoritmos ESPRIT baseiam-se na consideração de que o agregado possui uma invariância de deslocamento, ou que é constituido por L/2 dobletes (ver fig. 10).

Seja **Φ** uma matriz diagonal cujos elementos são elementos da forma $e^{-j2\pi(d/c)sen\theta}$, onde θ é a direcção de chegada (DOA) e *d* a separação entre sensores de um mesmo doblete (deslocamento). Então

$$\Phi = diag\left\{ e^{-j2\pi\frac{d}{c}sen\,\theta_i},\ i=1,\ldots,M \right\} \tag{49}$$

Sejam *x* e *y* os "snapshots" obtidos a partir de cada conjunto de sensores e $\mathbf{A}_x$ e $\mathbf{A}_y$ as correspondentes matrizes de direcção que se relacionam através da matriz **Φ**

$$\mathbf{A}_y = \mathbf{A}_x\,\Phi \tag{50}$$

Por outro lado, atendendo a (38) vem:

$$\mathbf{W}^H\,\mathbf{A}_x = \mathbf{A}_x\,\Phi \tag{51}$$

donde se conclui que os vectores colunas de $\mathbf{A}_x$ são os vectores próprios do propagador correspondentes aos valores próprios $e^{-j2\pi(d/c)sen\theta_i}$.

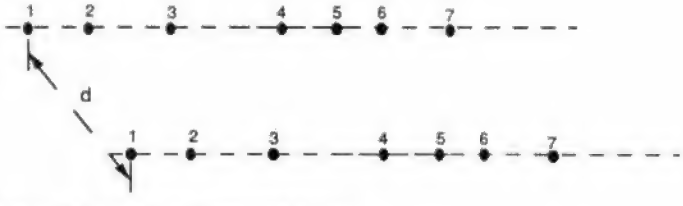


figura 10 Agregado "tipo ESPIRIT"

No caso particular de 2 subagregados uniformes, $\mathbf{A}_x$ é uma matriz de Vandermonde e **W** é uma matriz na forma companheira.

Se atendermos (50), os "snapshots" *x* e *y* escrevem-se na forma

$$x = \mathbf{A}_x s \quad e \quad y = \mathbf{A}_x\,\Phi\,.\,s \tag{52.a}$$

donde, de forma análoga, as correspondentes matrizes de dados são:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}_x\mathbf{S} \quad e \quad \mathbf{Y} = \mathbf{A}_x\,\Phi\,.\,\mathbf{S} \tag{52.b}$$

Isto significa que, atendendo a (51), **X** e **Y** se relacionam por:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{W}^H\,\mathbf{X} \tag{53}$$

de forma idêntica à encontrada no propagador.

Introduzamos as matrizes de covariância **R** e **Q**

$$\mathbf{R} = \mathbf{X}.\mathbf{X}^H \quad e \quad \mathbf{Q} = \mathbf{X}.\mathbf{Y}^H \tag{54}$$

Os respectivos valores espectáveis **R** e **Q** vêm dados, respectivamente, por:

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}_x \mathbf{P} . \mathbf{A}_x^H \tag{55}$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{A}_x \mathbf{P} \mathbf{\Phi}^* \mathbf{A}_x^H \tag{56}$$

Consequentemente, valores próprios do "pencil" $\mathbf{R}$-$\lambda\mathbf{Q}$ são os elementos diagonais de $\mathbf{\Phi}$:

$$\mathbf{R} - \lambda\mathbf{Q} = \mathbf{A}.\mathbf{P}.\mathbf{A}^H - \lambda \mathbf{A}.\mathbf{P}\mathbf{\Phi}^*\mathbf{A}^H = \mathbf{A}.\mathbf{P}\,[\mathbf{I} - \lambda\mathbf{\Phi}^*]\,\mathbf{A}^H \tag{57}$$

Concluimos que, para determinar os DOA, basta calcular os valores próprios associados ao "pencil" $\mathbf{R}$-$\lambda\mathbf{Q}$. Temos, então, 2 hipóteses:

1 Cálculo de **W** e determinação dos seus valores próprios
2 Determinação dos valores próprios do "pencil" (57)

O número de algoritmos para a determinação de DOA a partir de (53) é enorme. Não nos debruçaremos sobre eles pelas razões antes apontadas.

Consideremos, agora, a situação em que o sinal tem ruído. Em [17] propõem-se a solução dada pelos valores próprios associados ao "pencil" $(\mathbf{R}-\sigma^2\mathbf{I})-\lambda\mathbf{Q}$, sendo σ^2 a potência do ruído. Os autovectores da matriz da autocovariância **R** permitem, teoricamente, tornar a matriz **Q** triangular superior, o que não acontece na prática. Tal facto conduz a maus resultados. Para resolver o problema foram propostas duas alternativas que têm em comum uma manipulação simultânea das duas matrizes. O algoritmo mais simples foi proposto por Roy e Kailath [18] e consiste no uso dum critério baseado nos mínimos quadrados totais no cálculo da matriz $\mathbf{\Psi}$. Uma alternativa a este esquema chama-se GEESE (GEneralized Eigenvalues utilizing Signal Subspace Eigenvectors) [14] e utiliza directamente os vectores próprios do subespaço de sinal. Outras alternativas baseiam-se em (53). Como já referimos atrás, o uso de métodos baseados na covariância conduzem a melhores resultados e dão a possibilidade de implementar melhores algoritmos recursivos, pelo que não nos debruçaremos sobre os métodos baseados na matriz de dados.

3.2.4.2 ESPRIT e TAM

Merece atenção especial o caso em que em vez de um agregado de dobletes, temos um agregado linear uniforme. Uma forma de aplicar o esquema ESPRIT a este caso consiste em tomar dois subagregados com L-K sensores (1 a L-K e $K+1$ a L).

figura 11 subagregados de um agregado linear uniforme

O caso $K=L/2$ coincide com o discutido na secção anterior. Se $K<L/2$, então é fácil mostrar que há uma pequena diferença relativamente ao discutido antes, na medida em que o valor médio da covariância cruzada vale agora

$$\mathbf{Q} = \mathbf{A}_x \mathbf{P} \mathbf{\Phi}^* \mathbf{A}_x^H + \sigma^2 \mathbf{J}_K \tag{58}$$

sendo $\mathbf{J}_K$ uma matriz cujos únicos valores não nulos valem 1 e estão sobre a subdiagonal secundária K.

Se $\mathbf{\Phi}$ for a matriz definida na secção anterior, os valores próprios do "pencil"

$$(\mathbf{R} - \sigma^2\mathbf{I}) - \lambda\,(\mathbf{Q} - \sigma^2\mathbf{J}_K) \tag{59}$$

são estimativas de $\mathbf{\Phi}^K$.

O caso particular em que $K=1$ é equivalente ao algoritmo TAM (Toeplitz Aproximation Method) [7] que se obtém a partir do modelo de estado para sinusóides em ruído.

Sejam **F** a matriz da dinâmica e $z(n)$ o estado no instante n, então

$$z(n+1) = \mathbf{F}\,z(n) \qquad c/\ z(0) = z_0 \tag{60}$$

sendo **F** a matriz da dinâmica cujos valores próprios são $e^{-j2\pi(d/c)sen\theta_i}$ e d agora a distância entre sensores. A saída do sensor j [5] é

$$x_j(n) = \mathbf{H}\,.\,z(n-j+1) \tag{61}$$

donde se deduz que:

$$x(n) = \mathbf{H}\,.\,[\,\mathbf{F}\,\mathbf{F}^2 \ldots \mathbf{F}^L\,]^T z_0 = \mathbf{H}\,.\,\mathbf{G}\,.\,z_0 \tag{62}$$

e a autocovariância

$$\mathbf{R} = \mathbf{H}\,.\,\mathbf{G}\,.\,\mathbf{Z}_0\,.\,\mathbf{G}^H\,.\,\mathbf{H}^H \tag{63}$$

com $\mathbf{Z}_0 = E[z_0.z_0^H]$. A eq. (63) mostra que a matriz de covariância é factorizável na forma

$$\mathbf{R} = \mathbf{\Theta}.\,\Gamma^H \tag{64}$$

e, atendendo à forma particular de cada factor, podemos obter a matriz **F** a partir de qualquer deles. Assim, se $\mathbf{\Theta}_1$ e $\mathbf{\Theta}_2$ forem duas matrizes obtidas de $\mathbf{\Theta}$ por supressão da 1ª e última linhas, respectivamente

$$\mathbf{F}\,\mathbf{\Theta}_2 = \mathbf{\Theta}_1 \tag{65}$$

Em termos da matriz de direcções, **F** coincidiria com a matriz $\mathbf{\Phi}$ e estariamos na situação em que consideraríamos dois subagregados com L-1 sensores, pelo que o método TAM pode ser considerado um caso particular de ESPRIT e, atendendo à forma de cálculo, idêntico ao algoritmo GEESE.

No que se refere às prestações dos algoritmos do tipo ESPRIT, o resultado mais interessante especifica que o quociente entre as variâncias assintóticas dos DOA's detectados por ESPRIT e MUSIC é superior a 1 [20], donde se conclui que o algoritmo MUSIC é melhor.

3.2.6 Determinação do número de fontes

Até agora, procedeu-se como se o número de fontes fosse conhecido "a priori". Na prática, tal número, M, é em geral desconhecido, tendo de estimá-lo a partir dos dados. No entanto, nas condições apresentadas na sec. 2, podemos explorar a estrutura da matriz de covariância para estimar M. Assim, se tivessemos acesso ao valor expectável da covariância, o problema era trivial, visto aquela ter L-M valores próprios iguais. Contudo, tendo apenas uma estimativa da covariância, o problema deixa de ser trivial, visto que, com probabilidade 1, os

[5] Toma-se como referência o sensor 1.

autovalores serão todos diferentes. Para solucionar a questão, foram propostos testes baseados na característica assintótica gaussiana dos valores próprios. Estes testes usam o critério da razão de verosimilhança para a igualdade dos L-M menores valores próprios e que é igual à razão entre as médias aritmética e geométrica daqueles valores próprios [14]:

$$r_M(\lambda) = \frac{\frac{1}{L-M}\sum_{M+1}^{L}\lambda_i}{\left[\prod_{M+1}^{L}\lambda_i\right]^{\frac{1}{L-M}}} \tag{66}$$

A partir desta grandeza obtêm-se testes que nos dão, de imediato o valor de M. Os mais usados são o AIC (Akaike's Information Criterion) e o MDL (Minimum Description Length) [14]. Ambos seleccionam o valor de M que conduz a um mínimo de uma função. Essa função define-se para AIC e MDL, respectivamente, por:

$$AIC(M) = -2N.\log\left|r_M(\lambda)\right| + 4LM - 2M^2 + 2 \tag{67}$$

e

$$MDL(M) = -2N(l-M).\log[r_M(\lambda)] + [2LM - M^2 + 1].\log N \tag{68}$$

sendo N o número de "snapshots" usados.

Estes dois critérios têm sido usados sistematicamente com resultados satisfatórios.

5 Conclusões

Neste trabalho fez-se uma revisão geral dos mais importantes métodos de determinação de direcções de chegada. Por questões de espaço não se abordaram os métodos de estimação localizada e no espaço do feixe [1,2] que são objecto de investigação muito activa, assim como dos métodos baseados em momentos de ordem superior. A partir do que se mostrou, podemos concluir que os métodos de alta resolução, embora mais pesados computacionalmente, estão baseados numa formulação relativamente simples e que, paralelamente, a boas prestações têm uma fácil implementação. Estudámos essa implementação e mostrámos que os algoritmos com base na covariância são mais estáveis do ponto de vista numérico/estatístico. Finalmente abordámos a questão da determinação do número de sinais para o que apresentámos dois critérios.

Referências

[1] Buckley, K.M. and Xu, X.L. (1990). Recent Advances in High Resolution Spatial-Spectrum Estimation, *Signal Processing V: Theories and Applications*, Elsevier Edts, 17-25.

[2] Buckley, K.M. and Xu, X.L., (November 1990). Spatial-Spectrum Estimation in a Location Sector, *IEEE Trans. on ASSP*, **38**, 11.

[3] Capon, J. (Aug. 1969). High Resolution Frequency-wavenumber Spectrum Analysis, *Proceedings of IEEE*, **57**, pp. 1408-1418.

[4] Johnson and De Graaf (Jun. 1982). Improving the Resolution of Bearing in Passive Sonar Arrays by Eigenvalue Analysis, *IEEE Trans. on ASSP*, **30**, 4.

[5] Kay, S. (1988). *Modern Spectral Estimation*, Prentice-Hall.

[6] Kumaresan, R. and Tufts, D.W. (Jan. 1983). Estimating the Angles of Arrival of Multiple Plane Waves, *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, **AES-19**, 1.

[7] Kung, S.Y., Arun, K.S., and Bhusskar Rao D.V. (Dec. 1983). State-space and singular value decomposition based methods for harmonic retrieval problem, *Journal of Optical Soc. of America*, **73**, pp. 1799-1811.

[8] Kwon B.H. and Pillai, S.U. (1989). A Self Inversive Array Processing Acheme for Angle-of-arrival Estimation, *Signal Processing*, **17**, 3, pp. 259-277.

[9] Marple, L. (1987). *Digital Spectrum Analysis with Applications*, Prentice-Hall.

[10] Miller, M.I. and Fuhrmann, D.R. (September 1990). Maximum-Likelihood Narrow-Band Direction Finding and the EM Algorithm, *IEEE Trans. on ASSP*, **38**, 9.

[11] Munier, J. and Delisle, G. Y. (November 1987). Spatial Analysis in Passive Listening Using Adaptive Techniques, *Proceedings of IEEE*, **75**, 11.

[12] Munier, J. and Delisle, G. Y. (November 1987). Spatial Analysis Using New Properties of the Cross-Spectral Matrix, *Proceedings of IEEE*, **75**, 11.

[13] Nickel, U. (Feb. 1988). Algebraic formulation of Kumaresan-Tufts superresolution method, showing relation to ME and MUSIC methods, IEE *Proceedings*, **135**, Pt. F, 1.

[14] Pilai, S. U. (1989). *Array Signal Processing*, Springer-Verlag, New York.

[15] Pisarenko, V.F. (1973). The Retrieval of Harmonics from a Covariance Function, *Geophys. J. Royal Astron. Soc.*, **33**, pp. 347-366.

[16] Ortigueira, M.D. and Lagunas, M.A. (September 1991). Eigendecomposition vs Singular Value Decomposition in Adaptive Array Signal Processing, *Signal Processing*.

[17] Roy, R. and Kailath, T. (Oct. 1986). ESPRIT- A Subspace Rotation Approach to Estimation of Parameters of Cisoids in Noise, *IEEE Transactions on ASSP*, **34**, 5.

[18] Roy, R. and Kailath, T. (Jul. 1989). ESPRIT-Estimation of Parameters Via Rotational Invariance Techniques, *IEEE Transactions on ASSP*, **37**, 7.

[19] Schmidt, R. (1979). Multiple Emitter Location and Signal Parameter estimation, *Proceedings of RADC Spectral Estimation Workshop*, Rome.

[20] Stoica P. and Nehorai, A. (Feb. 1991). A Performance Comparison of Subspace Rotation and MUSIC Methods for Direction Estimation, *IEEE Trans. on ASSP*, **39**, 2.

JNICT

JUNTA NACIONAL DE INVESTIGAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

CIÊNCIA & TECNOLOGIA

Um Binómio de Progresso

Programa CIENCIA

•

Programa Base
de Investigação Científica
e Tecnológica

•

Programa de Formação
e Mobilidade
de Recursos Humanos

•

Programa Específico
para as Ciências da Saúde

•

Programa Específico
para o Ambiente

•

Programa de Estímulo
no domínio das Ciências
Sociais e Humanas

•

Programa de Cooperação
Internacional em C & T

SECRETARIA DE ESTADO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
MINISTÉRIO DO PLANEAMENTO E ADMINISTRAÇÃO DO TERRITÓRIO

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO
1911-1991

COMEMORAÇÕES DOS 80 ANOS

CERIMÓNIA DE ANIVERSÁRIO - SESSÃO SOLENE DE 24 DE MAIO DE 1991

SEMANA PEDAGÓGICA - 18 A 22 DE MARÇO DE 1991
SEMANA DA COOPERAÇÃO - 6 A 10 DE MAIO DE 1991
SEMANAS I. S. T. - EMPRESAS
2.ª SEMANA DE ENGENHARIA AUTOMÓVEL - 11 A 15 DE NOVEMBRO
CONGRESSOS E SEMINÁRIOS EM DIVERSAS ÁREAS DE INOVAÇÃO TECNOLÓGICA
ACTIVIDADES DEPARTAMENTAIS
SEMANAS DE DIVULGAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

ACTIVIDADES CULTURAIS

Exposição e Concurso de Pintura
Recital de Piano
Concerto de Música Rock

CERIMÓNIA DE ENCERRAMENTO - SESSÃO SOLENE 13 DE NOVEMBRO DE 1991

A Comemoração dos 80 Anos do I.S.T. é assinalada pelo lançamento de:

Medalha Comemorativa
Vídeo sobre o I.S.T.
Publicações sobre o I.S.T.
Número Especial da Revista Técnica
Suplemento Especial de «O Expresso»
Logotipo 80 Anos do I.S.T.

1911 - 1991
80 anos